

# Electronic Design for Biomedical Instrumentation

Anche i seminari fanno parte del materiale richiesto all'esame.

Esame: solo orale con 2 domande una sulla prima e una sulla seconda parte.

### Potenziati biologici:

è una ddp tra l'esterno e l'interno di una cella, questa ddp è dovuta a un passaggio di ioni negli ion channels.

La ddp differenziale generata dal cuore genera un segnale di tensione piccolissimo mentre il corpo si trova a una common mode di alcuni volt. Quindi ci serve una decente CMRR.

La cosa bella dei circuiti biologici è la banda infatti vogliamo bande piccole  $\approx$  kHz. Il problema di ciò è che per avere una  $\tau$  nell'ordine di ms per avere kHz dobbiamo usare resistenze molto elevate, questo perché i condensatori negli IC non possono essere troppo grandi.

il problema è che è difficile fare zone resistenze dell'ordine di M $\Omega$  sui chip. Allora usiamo dei trick (switched capacitor ecc-)

In pratica carico e scarico il condensatore, se lo faccio velocemente ho che posso considerare una corrente media (la corrente è la corrente che scarica il circuito) e quindi ricreare il valore di una resistenza equivalente.

$$I = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{\Delta V \cdot C}{T} \quad R_{eq} = \frac{\Delta V}{I} = \frac{\Delta V}{\frac{\Delta V \cdot C}{T}} = \frac{T}{C \cdot f_x}$$

Durante la vita del pece maker ho che la batteria cala in tensione devo trovare un modo per aumentare la tensione.

il modo + facile per farlo è caricare il condensatore con la batteria e poi mettere questo condensatore in serie alla batteria così in uscita ho 2V<sub>BAT</sub>. Ovviamente ho una corrente che mi scarica il condensatore quindi devo switchare tra caricare e mettere in serie il condensatore.

La cochlea è dipendente dalla frequenza, in particolare il suono viene convertito in diversi punti della cochlea dipendentemente dalla frequenza. Perciò quando abbiamo un impianto cocleare dobbiamo dividere il segnale d'ingresso nelle diverse componenti d'ingresso.

Medicina nucleare: la sorgente di radiazioni è messa nel corpo

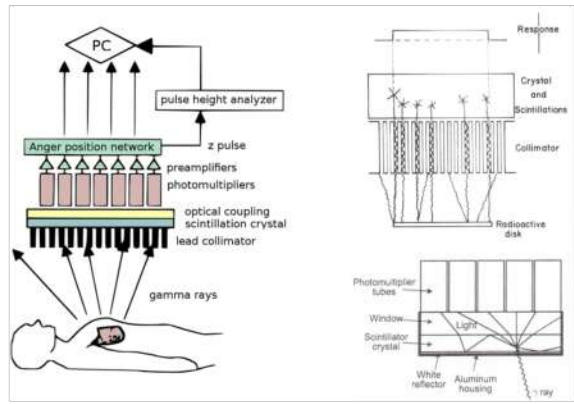
Radiologia: la generazione di radiazioni è esterna al corpo, il corpo fa solo da blocco o meno delle radiazioni.



**SPECT:** genera raggi gamma il problema è che questi vanno ovunque allora uso 3 griglie che prendono solo i raggi gamma che arrivano alla griglia con un determinato angolo (piccolo) così possiamo ricevere davvero la sorgente

**PET:** Positive emission Computed Tomography. Non generiamo più un solo raggio gamma ma quando il positrone si annichilisce con un elettrone questo fa sì che si generino 2 raggi gamma in direzioni opposte così posso rilevare i 2 raggi gamma e trarre una linea tra i 2 per sapere il posto. il vantaggio è che non ho collimatori come nello SPECT.

SPECT ha un'efficienza di  $10^{-4}$  mentre PET ha  $10^{-2}$  che è molto meglio.

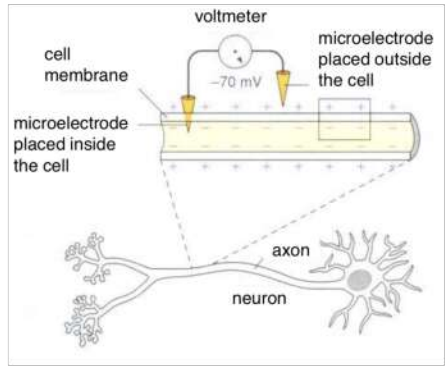


In un sistema del genere io posso ricevere davvero la mia sorgente ricevendo l'impressione di ogni pixel del scintillatore. Infatti questo genere luce in tutte le direzioni ma l'impezza maggiore l'ho per quei raggi paralleli al sasso.

Un'altra cosa fondamentale per la PET è l'intervallo di tempo. Infatti devo rilevare un piccolissimo intervallo di tempo per dire che 2 raggi gamma sono correlati.

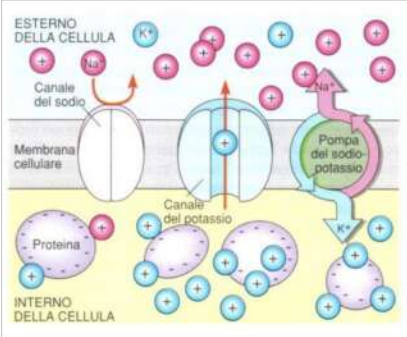
Per leggere le tempistiche dovremo realizzare dei circuiti per avere dei timestamp.

## BIO-POTENZIALI



Se prendiamo un neurone abbiamo questo: Se misuriamo tra l'interno e l'esterno di questo neurone abbiamo circa -70mV. Questo è chiamato resting potential.

Questo potenziale è dovuto dalla sodium-potassium pump, della diffusione di ioni (che è conseguenza della sodium potassium pump). A causa di questa diffusione abbiamo un gradiente di tensione.

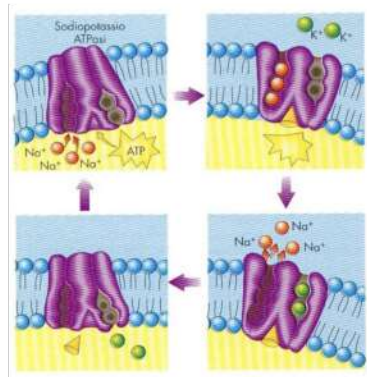


- transportation channels of Na<sup>+</sup> and K<sup>+</sup> through the membrane
- different permeability of the membrane for the different ions
- sodium-potassium pump transports Na<sup>+</sup> outside and K<sup>+</sup> inside the membrane

Abbiamo un esplosione della membrana. Noi ci concentreremo principalmente sugli ioni di potassio e di sodio. Ogni volta può passare la membrana attraverso i canali che possono essere aperti o chiusi.

La possibilità di permettere il passaggio di ioni attraverso la membrana è chiamata permeabilità.

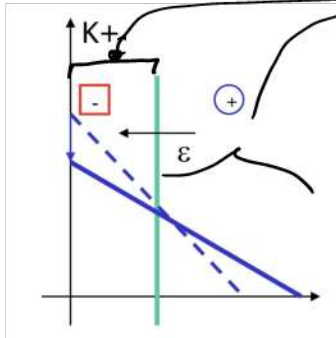
Le pompe funzionano così:  
 Perché le pompe funzionano serve energia e l'ATP è quello che dà energia.



- 3 Na<sup>+</sup> ions are transported outside the cell, while 2 K<sup>+</sup> ions are transported inside
- ⇒ an accumulation of Na<sup>+</sup> outside and of K<sup>+</sup> inside is created
- ⇒ tendency to have a more negative potential inside
- the energy is provided by the ATP molecule (adenosine triphosphate)

Praticamente la pompa butta fuori 3 ioni di sodio e tira dentro 2 ioni di potassio. Questo crea un'imbalance che fa sì che all'interno della cellula sia più negativo dell'esterno (facendo uscire + ioni di sodio che tira dentro) Ma nella realtà non è questo l'effetto per cui abbiamo il resting potential.

Infatti adesso entra in gioco la diffusione, infatti adesso abbiamo molto potassio dentro la cellula e tanto sodio fuori che vorrebbero diffondersi fuori e dentro la cellula. Tuttavia qui si crea un non bilanciamento dato dalle permeabilità che permette al potassio di uscire ma non al sodio di entrare. Nella cellula ci sono anche ioni negativi perché di base la cellula è neutra ma dentro alla cellula sappiamo di avere gli ioni di potassio (+).



Questo grafico ci mostra il gradiente all'interno e all'esterno della membrana. La diffusione farebbe di più celere il gradiente ma se c'è la carica negativa all'interno della cellula non è aperta. Quindi più potassio esce per diffusione più l'interno della membrana si carica negativamente. Questo porta ad una cdp e un campo magnetico.

Questo campo magnetico aumenta fino a che arriva ad un valore che stoppa la diffusione del potassio e arriviamo ad un valore di stabilità, la tensione di riposo in questo caso è chiamata resting potential. È la stessa cosa di una giunzione PN con la built-in voltage.

Intracellular: K<sup>+</sup> 135 mM, -95 mV  
 Extracellular: K<sup>+</sup> 4 mM, 0 mV

$$E_K = \frac{RT}{zF} \ln \left[ \frac{[K^+]_o}{[K^+]_i} \right] = 0.027 \ln \left[ \frac{4}{135} \right] = -0.095 \text{ (V)}$$

**Nernst equation**  
 R: universal gas constant  
 F: Faraday constant  
 Z: element valence

Qui abbiamo un esempio di come possiamo calcolare la resting potential. (Nernst equation)

Ma otteniamo 95mV e non 70m, infatti in questo caso abbiamo considerato solo il potassio e non altri elementi.

Se volessimo calcolare altri elementi dovremmo usare la formula di Goldman-Hodgkin-Katz.

$$E_m = \frac{RT}{F} \ln \frac{P_K[K^+]_o + P_{Na}[Na^+]_o + P_{Cl}[Cl^-]_i}{P_K[K^+]_i + P_{Na}[Na^+]_i + P_{Cl}[Cl^-]_o}$$

equation of Goldman-Hodgkin-Katz (GHK)

P<sub>x</sub>: membrane permeability to ion X  
 (es. P<sub>Na+</sub> = 2 × 10<sup>-8</sup> cm/s, P<sub>K+</sub> = 2 × 10<sup>-6</sup> cm/s)

Ion	Extracellular concentration (mM)	Intracellular concentration (mM)	Equilibrium potential (mV)
Na <sup>+</sup>	145	12	67
K <sup>+</sup>	4	155	-99
Cl <sup>-</sup>	120	4	-92

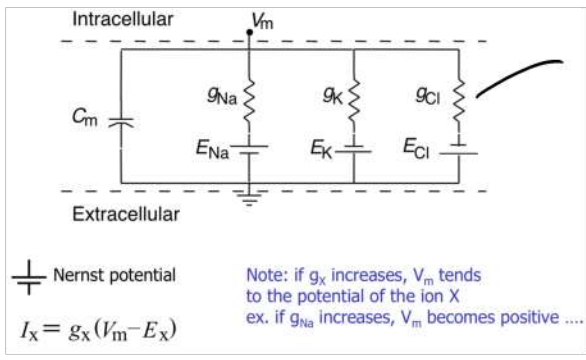
Ricordare i valori di grandezza della permeabilità di potassio e sodio.

Vediamo che il sodio ha permeabilità 2 ordini di grandezza + piccoli di quella del potassio e perciò potremo dire che potremo trascurare il sodio.

Ma non è così, perché abbiamo diverse sovrapposizioni degli effetti.



Questa sovrapposizione degli effetti ci permette di creare un modello elettrico per ogni cella, messo poi tutti in parallelo



Da qui questa resistenza dipende dalla permeabilità (+ piccola e + il circuito è aperto → g grande)

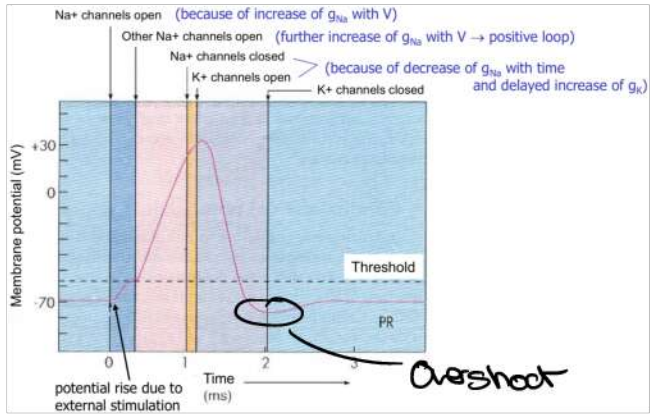
Abbiamo anche una capacità data dal doppio strato esterno alla membrana. Possiamo anche fare un modello a parametri distribuiti di questo circuito.

**IL POTENZIALE D'AZIONE**

è dato principalmente da un cambiamento delle conduttività degli elementi, questo nel nostro modello significa che la resistenza va a diminuire sensibilmente

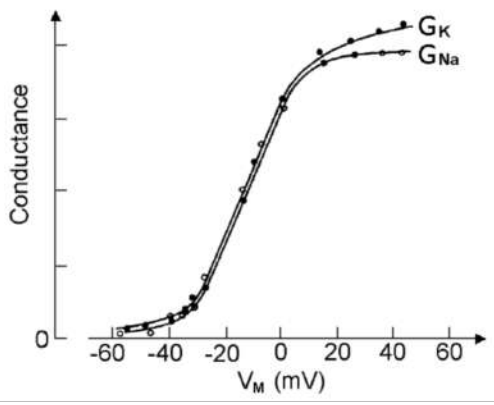
26.02.2022 2h

**IL POTENZIALE D'AZIONE**



Quando uno stimolo di tensione è applicato alla cellula (stimolo da una determinata polarità → stimolo positivo da vice da fuori della cellula) la situazione cambia e abbiamo un picco. Le ragioni di questo sono le variazioni delle conduttanze.

Behavior of conductances as a function of membrane potential  $V_m$ :

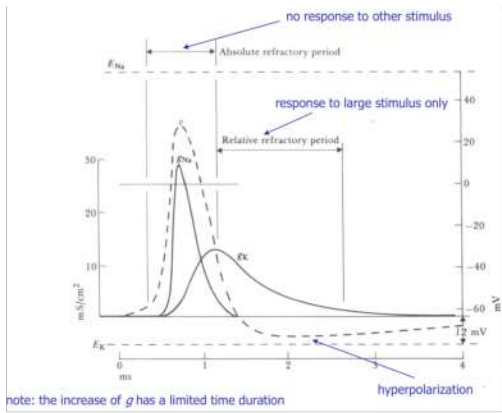


Non a -70mV siamo a 0 vediamo che in funzione della tensione aumenta la conduttività del sodio (il sodio entra nella cellula → stimolo mettendo molti ioni positivi nella cellula e quindi il potenziale della cellula sale e quindi la conduttività a sua volta aumenta e quindi entra ancora + sodio, sono in un loop positivo) Nella volta questo meccanismo arriva a una saturazione. Nella volta anche la conduttività del potassio aumenta. infatti grazie a questo il potassio esce dalla cellula e questo fa scendere il potenziale della cellula ed è quello che fa calare il potenziale e lo fa tornare al potenziale d'rioso.

Ma perché i 2 flow non sono contemporanei? Perché il sodio viene su' inizio e il potassio alla fine?

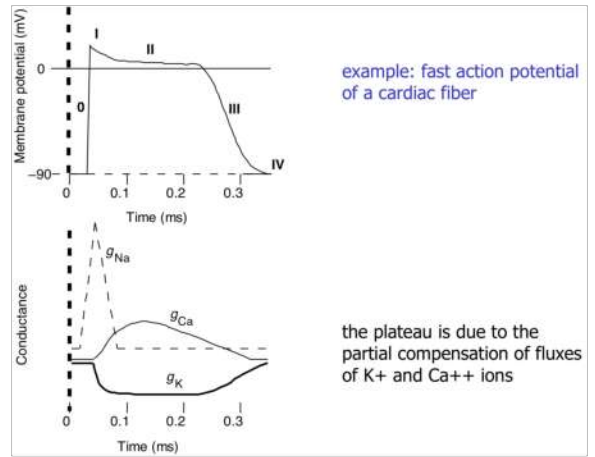
Questo lo capiamo vedendo un grafico delle conduttività con andamento temporale (infatti c'è una dipendenza temporale)

Le 2 ragioni principali durano nell'ordine dei millisecondi.

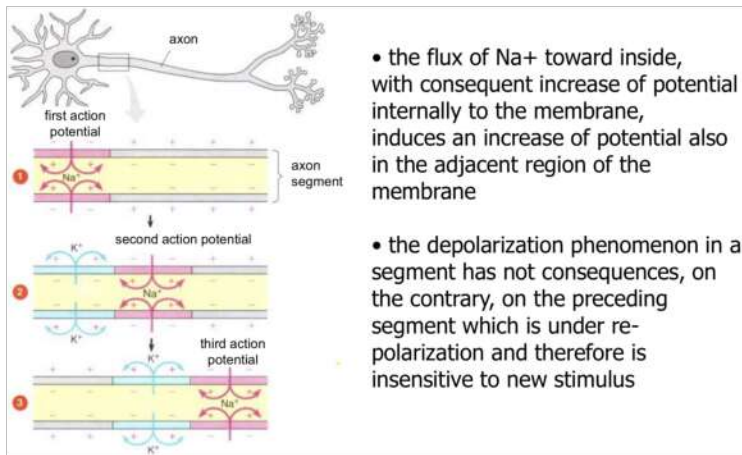


La prima regione che il sodio vince è chiamata **Absolute refractory period** (in questo periodo la cella non reagisce ad altri stimoli questo limita la frequenza di stimolo dei tessuti). C'è un altro periodo chiamato **Relative refractory period** che la cella può rispondere solo a stimoli molto forti.

Posso avere diverse forme del potenziale d'azione, in questo caso ad esempio ho un plateau dato dal calcio che bilancia il potassio per un po'.



## LA CONDUZIONE DEI SEGNAI NEI NEURONI



- the flux of  $\text{Na}^+$  toward inside, with consequent increase of potential internally to the membrane, induces an increase of potential also in the adjacent region of the membrane
- the depolarization phenomenon in a segment has not consequences, on the contrary, on the preceding segment which is under repolarization and therefore is insensitive to new stimulus

Supponiamo di avere un pezzo d'assone vicino a una cellula che ha un altro potenziale. Abbiamo due volumi non sono separati quindi il sodio che entra nella cellula (che altro non è che un pezzo dell'assone) si diffonde in giro perché all'interno è caesso ma c'è divisione e questo permette al sodio che entra di triggerare + avanti le reazioni di

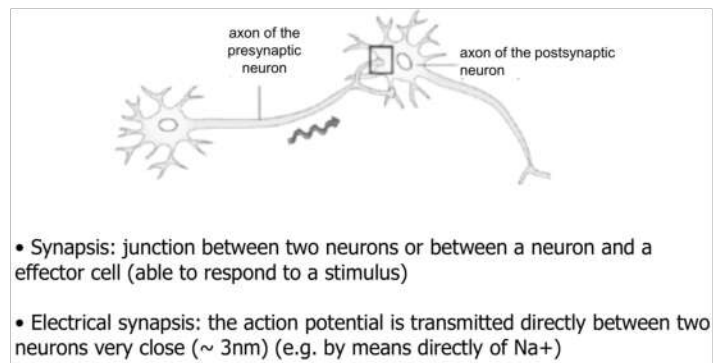
action potential. Questo effetto non permette di avere triggerate all'indietro perché siamo nel refractory period e quindi reagisce a stimolze solo le parti avanti che sono nello stato ready.

Ma come fanno gli stimoli a passare da un neurone all'altro?

Ho le sinapsi.

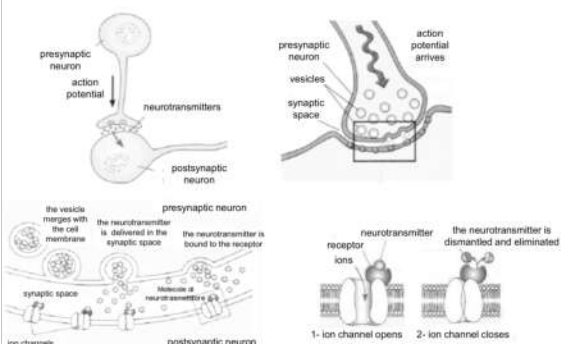
Vengono chiamate sinapsi elettriche le sinapsi che sono così vicine che il passaggio avviene come all'interno del neurone con il sodio.

Se invece le sinapsi sono "interne" ho le così dette sinapsi chimiche che funzionano tramite ion channels.



- Synapsis: junction between two neurons or between a neuron and a effector cell (able to respond to a stimulus)
- Electrical synapsis: the action potential is transmitted directly between two neurons very close ( $\sim 3\text{nm}$ ) (e.g. by means directly of  $\text{Na}^+$ )

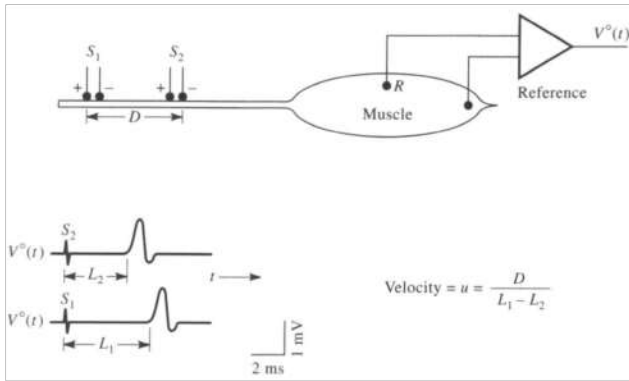
• Chemical synapsis: electrical signal  $\rightarrow$  chemical signal (neurotransmitters)



è un funzionamento diverso rispetto a quello che abbiamo all'interno del neurone.



## Velocità di conduzione all'interno dei neuroni.



Ricordiamo che per avere zccher potenziali dobbiamo avere un picco positivo ma ricordiamo che il lato della cella è negativo perciò se lo mettiamo una tensione negativa Rai ho un picco positivo.

Noi applichiamo 2 impulsi differenziali uno a  $S_1$  e uno a  $S_2$  e vediamo il tempo di reazione del muscolo in fondo.

Visto che noi sappiamo la distanza tra  $S_1$  e  $S_2$  possiamo ricavare la velocità.

## CONDUZIONI DEI SEGNALE NEL VOLUME

Noi abbiamo accesso solo alla superficie del corpo noi dobbiamo riuscire a rilevare i segnali sulla superficie del corpo.

Noi siamo molto interessati ai segnali dati dal cuore.

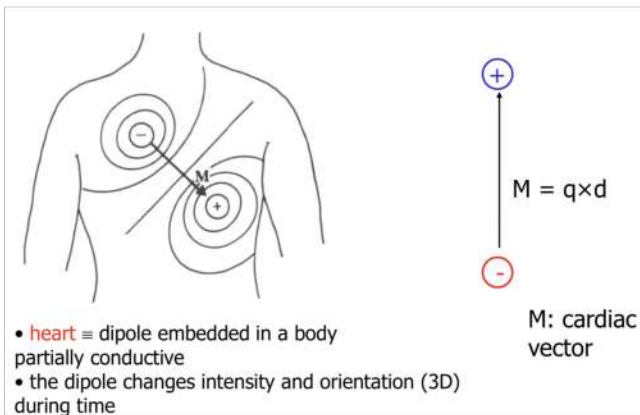
The heart:

- $Ca^{2+}$  ions rush into the muscle cells of the heart walls ( $\rightarrow$  depol. & contraction) with accumulation of neg. charge in left region
- electrical activity that can be represented as a electric dipole in which the current flux changes its direction and intensity during time (3D problem). Contributions from the main heart vector start from the right atrium and finish to the left ventricle.

Anche il cuore batte per un rushing di ioni nello specifico di calcio. Quest'ioni si vanno a mettere in una determinata locazione e questo fa sì che lo zccher un action

potenziale che fa sì che il muscolo si contragga.

Possiamo vedere questo fenomeno come uno spostamento macroscopico di un numero elevato di cariche (e dobbiamo ricordare che abbiamo neutralità) quindi quando spostato il calcio rimangono un botto di cariche negative (e) andiamo quindi a creare un dipolo elettrico

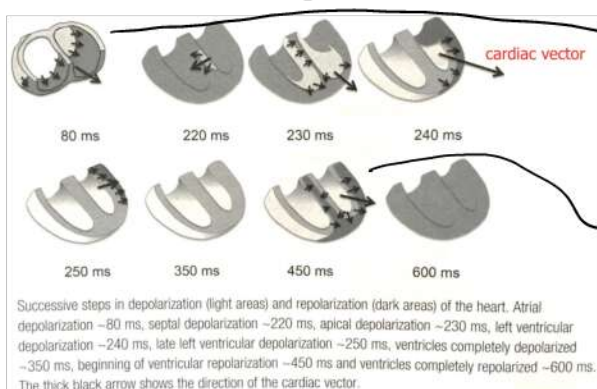


il dipolo è un vettore che cambia le cariche negative a quelle positive dove il modulo è  $M = q \times d$

Dobbiamo ricordare che questo è tutto a livello macroscopico.

il cuore poi non è un dipolo fisso ma dipende dal tempo cioè dipende da dove ho il displacement di cariche.

Quindi il dipolo cambia orientazione e modulo nel tempo. Noi con l'elettrocardiogramma vogliamo rilevare il movimento del vettore nel tempo. Ovviamente noi non possiamo misurare un vettore ma misureremo le variazioni elettriche che questo vettore induce.

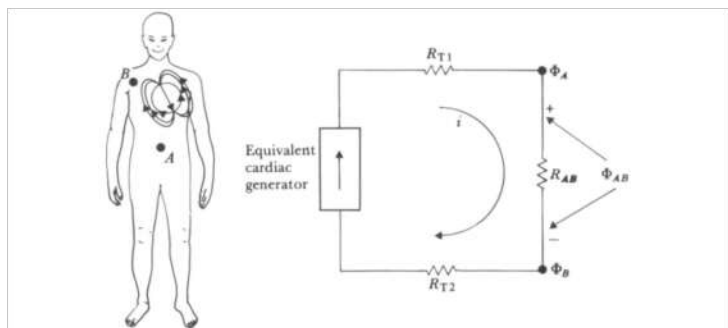


Andamento periodico del cuore, vediamo i segnali molti vettori la cui somma dà un vettore unico

Esempio di quando ho contrazione dell'atrio. Contrazione del ventricolo, dato che il ventricolo è la parte + grande del cuore ho che zccher il displacement di cariche + grande e quindi il vettore + grande.



# MISURAZIONE DELLA ATTIVITÀ ELETTRICA



Measurements of surface potentials allows to track the conduction in the body (considered as a passive mean) of the signals generated internally.  
 Note: potentials arrive highly attenuated in the surface with respect to their internal sources; surface resistance between meas. points also reduces signal amplitude.

la tensione è scalare e fino ad ora abbiamo parlato di vettori. Quando vogliamo misurare un vettore noi misuriamo le sue componenti che è esattamente quello che facciamo con un ECG.

Nell'immagine vedo che misuro tra A e B perciò quando il vettore cardiaco sarà diretto da A e B zero la tensione massima.

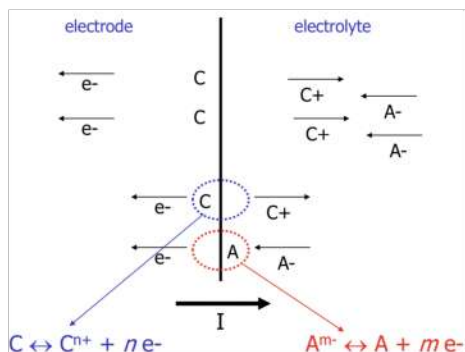
Perciò possiamo misurare il vettore utilizzando diverse tensioni differenziali nell'ECG sono 12 derivazioni.

La parte challenging della misurazione è quella data dal circuito in figura. Noi modelliamo il vettore cardiaco come un gen di corrente. Noi in superficie vogliamo misurare una ddp che è data dalla propagazione della corrente nel corpo.

Abbiamo diverse resistenze, la prima è quella tra il cuore e il punto di misurazione poi abbiamo anche la resistenza superficiale tra i 2 punti data dalla pelle. Questa ci scassa le pelli perché è tra i 2 punti dove vogliamo calcolare la tensione. Idealmente noi vorremmo  $R_{T1}$  e  $R_{T2} = 0$   $R_{AB} = \infty$  e una resistenza grande nel multimetro così avremo un bellissimo segnale. Ecco, abbiamo quasi il contrario!

## GLI ELETTRODI

Dobbiamo passare da una corrente data da noi a una data da elettrici. Gli elettrici sono i componenti che ci permettono di rilevare un'attività elettrica data da elettrici a una data da elettrici. Sono i nostri trasduttori.

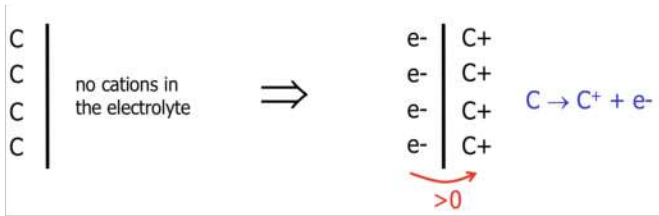


Ho un'interfaccia tra pelle e elettrodo (interfaccia elettrodo-elettrolita) (l'elettrolita è il nostro corpo). L'attività elettrica è passata attraverso una reazione di redox.

il metallo dell'elettrodo quando si tocca a contatto con un elettrolita ha ossidazione (c'è passaggio di elettrici).

Ad esempio ho che quando l'argento si ossida ho carica che viene da elettrodo a elettrolita e il contrario per gli elettrici. In questo caso ho una corrente da elettrodo a elettrolita (in questo caso ho una ossidazione) Se voglio la corrente alterna ho esattamente il fenomeno opposto (allora ho riduzione)

Ma cosa succede nel momento in cui metto un elettrodo in un elettrolita? Studiamo un po' di casi.



Metallo nesso in contatto con l'elettrolita senza cationi. In questo caso ho carbonte ossidazione. Quindi cationi vanno nell'elettrolita e mi rimane un layer di elettroni sul metallo (dato dal fatto che devo avere

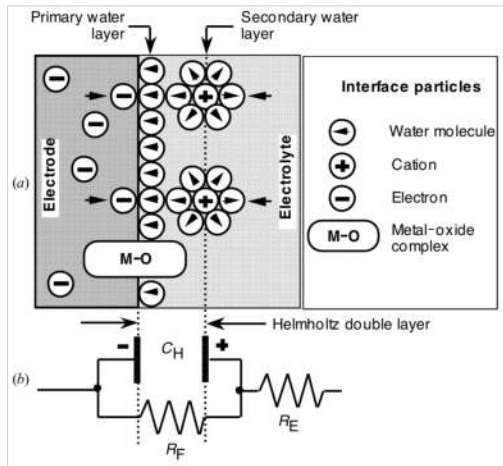
bilanciamento di carica). quindi ho un potenziale che fa sì di bloccarmi oltre ossidazione, quindi il meccanismo si blocca. Ma ho una tensione, questa tensione è chiamata **semielement potential**. Un altro esempio invece può essere:



In questo caso ho moltissimi cationi nell'elettrolita e niente nell'elettrodo. Allora in questo caso ho esattamente il caso opposto zero riduzione. (Cioè zero elettroni dal metallo che annullano i cationi ma gli elettroni

lasciano un buco di carica nell'elettrodo) ho quindi una tensione opposta rispetto a prima.

Capiamo dunque che il semielement potential non è una quantità fissa ma dipende dalle concentrazioni che ho all'inizio.



Abbiamo quindi la double layer capacitance come in bioclip. Rivedere che cosa significavano le resistenze

Possiamo calcolare il semielement potential con la Nernst equation

$C \leftrightarrow C^{n+} + n e^{-}$       C in the metal, C<sup>n+</sup> in the electrolyte close to the metal

$$E = E_0 + \frac{RT}{nF} \ln \left( \frac{a^{C^{n+}}}{a^C} \right) = E_0 + 0,027/n \ln (a^{C^{n+}})$$

Nernst equation

E: semi-element potential  
a: activity (≅ concentration, in slightly diluted solutions)  
a<sup>C</sup> = 1 in the metal  
when a<sup>C<sup>n+</sup></sup> = 1, E = E<sub>0</sub> (standard semi-element potential)

è circa la concentrazione di cationi nell'elettrolita

è ≅ la concentrazione del metallo element che è ≅ 1 nel metallo

Possiamo quindi ottenere la semielement potential data la concentrazione iniziale dell'elettrolita.

E<sub>0</sub> è una concentrazione iniziale data sotto gioia un semi-element potential (è un valore standard)

E<sub>0</sub> è la semielement potential quando il logaritmo è 0 cioè quando a<sup>C<sup>n+</sup></sup> e<sup>-</sup> = 1

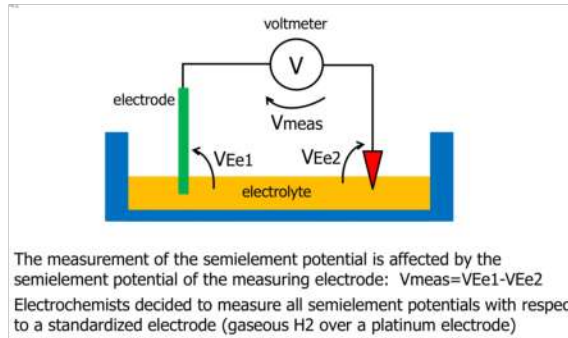


**Table 5.1 Half-cell Potentials for Common Electrode Materials at 25 °C**  
The metal undergoing the reaction shown has the sign and potential  $E^\ominus$  when referenced to the hydrogen electrode.

Metal and Reaction	Potential $E^\ominus$ , V
Al $\rightarrow$ Al <sup>3+</sup> + 3e <sup>-</sup>	-1.706
Zn $\rightarrow$ Zn <sup>2+</sup> + 2e <sup>-</sup>	-0.763
Cr $\rightarrow$ Cr <sup>3+</sup> + 3e <sup>-</sup>	-0.744
Fe $\rightarrow$ Fe <sup>2+</sup> + 2e <sup>-</sup>	-0.409
Cd $\rightarrow$ Cd <sup>2+</sup> + 2e <sup>-</sup>	-0.401
Ni $\rightarrow$ Ni <sup>2+</sup> + 2e <sup>-</sup>	-0.230
Pb $\rightarrow$ Pb <sup>2+</sup> + 2e <sup>-</sup>	-0.126
H <sub>2</sub> $\rightarrow$ 2H <sup>+</sup> + 2e <sup>-</sup>	0.000 by definition
Ag + Cl $\rightarrow$ AgCl + e <sup>-</sup>	+0.223
2Hg + 2Cl $\rightarrow$ Hg <sub>2</sub> Cl <sub>2</sub> + 2e <sup>-</sup>	+0.268
Cu $\rightarrow$ Cu <sup>2+</sup> + 2e <sup>-</sup>	+0.340
Cu $\rightarrow$ Cu <sup>+</sup> + e <sup>-</sup>	+0.522
Ag $\rightarrow$ Ag <sup>+</sup> + e <sup>-</sup>	+0.799
Au $\rightarrow$ Au <sup>3+</sup> + 3e <sup>-</sup>	+1.420
Au $\rightarrow$ Au <sup>+</sup> + e <sup>-</sup>	+1.680

Esempio di valori di  $E^\ominus$  in diversi materiali messi in contatto con un elettrolita

Se volessimo misurare il semielement potential incontreremo dei problemi



Un'ora misurare  $V_{Ee1}$  ma per misurarla devo usare un altro probe che è sempre fatto di metallo e quindi ho

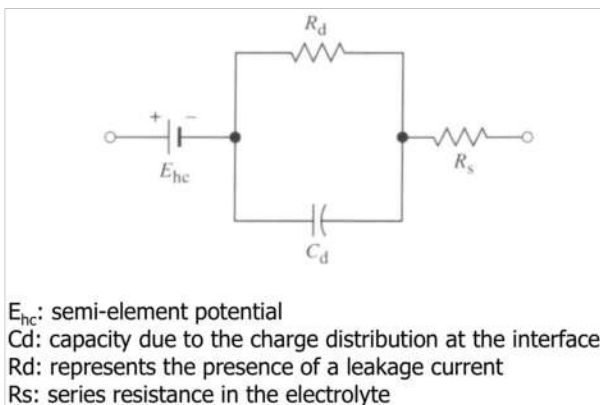
Znare un secondo semielement potential  $V_{Ee2}$ .

Perciò lo misuro  $V_{Ee1} - V_{Ee2}$  è un problema non risolvibile, l'unico modo per superare questo problema è considerando l'errore come standard cioè tutte le misure sono fatte con la stessa  $V_{Ee2}$  quindi tutti i valori di  $E^\ominus$  hanno un errore costante dato da  $V_{Ee2}$  ma che noi per definizione diciamo essere 0 tanto non cambia. Poi misuro tutte le  $E^\ominus$  usando come testing electrode sempre quello.

### Definizioni di elettrodi:

- **Perfettamente polarizzabile**: Lo vediamo come un condensatore, perciò tutta la corrente che scade nell'elettrodo genera della carica. Non è molto bello. Assorbe le alte frequenze
- **Perfettamente non polarizzabile**: Lo vedo come un generatore di tensione, ho una ddp ma se do un impulso da un lato ho anche un impulso dell'altro. Nella uscite a piccolo segnale un generatore è un corto.

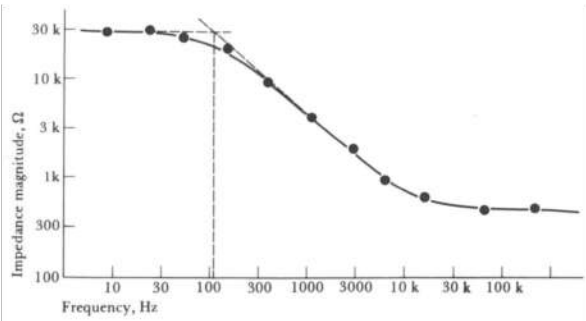
### Circuito equivalente dell'elettrodo



Modello dato da un gen costante che è il semielement potential, perciò abbiamo un resistore in parallelo a un condensatore dove il condensatore è quello di doppio layer mentre la resistenza è una generica resistenza che c'è sempre.  
Perciò abbiamo  $R_s$  che è la resistenza estesa (tipo la resistenza del corpo)  
Ricordiamo che nel modello a piccoli segnali  $E_{hc}$  lo cortocircuitiamo.

L'andamento in frequenza del circuito mostra un polo e uno zero

A basse freq ho  $R_d + R_s$  a alte freq ho solo  $R_s$

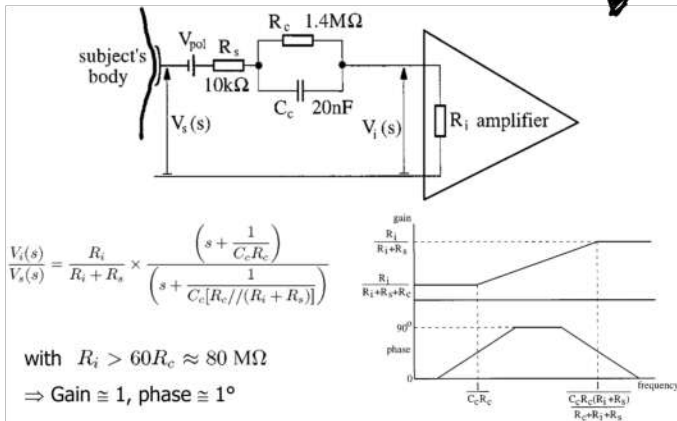


What is the impact of this pole-zero pair in the readout of the electrode signal and how to get rid of it?

Non ci preoccupare perché il transfer del segnale è dipendente della frequenza. In un ECG abbiamo la cutoff frequency a 1KHz.

Come eliminiamo questo fenomeno?

Studiamo questo esempio a ipulze



Vogliamo vedere l'andamento del valore di tensione su  $R_i$ .

Notiamo che a basse frequenze abbiamo il guadagno minore, e inoltre abbiamo anche il phase shift quindi la forma del segnale non è proprio quella.

nel bene

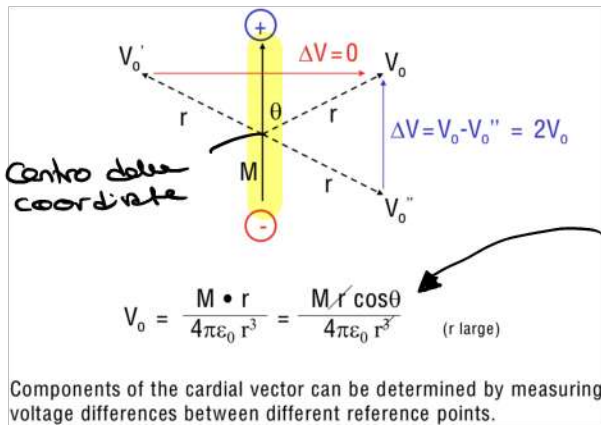
Per risolvere in modo "ignorante" mettiamo  $R_i$  più grande che posso in questo modo il polo e lo zero si cancellano e dato che  $R_i \gg R_s$  ho che il guadagno è 1

Un'altra soluzione è mettere un condensatore in parallelo a  $R_i$  per avere una pole-zero compensation.

Nella realtà il modello dell'elettrodo è difficile dato che usiamo il gel ecc. (ma stracuzzi)

## Electrocardiography

Partiamo sempre dal modello del cuore visto come un dipolo elettrico



Supponiamo di avere il vettore  $M$  e un asse  $r$  che passa da zero per le nostre coordinate

il valore della tensione  $V_0$  è dato dalla seguente formula

Noi vediamo che misurando ddp possiamo ricavare dei valori delle coordinate del vettore.

Ad esempio se il vettore è verticale e io misuro 2 punti a destra e sinistra (alla stessa altezza) allora devo misurare  $\phi$ . Al catetero se misuro dallo stesso sito 2 2 altezze diverse vedo una tensione.

Il problema del sampling è tridimensionale perché noi facciamo un sampling in 2 punti, uno frontale e uno trasversale. e in ogni punto ripetiamo la misura 6 volte, così abbiamo 12 misurazioni.

Iniziamo studiando il piano frontale (anche chiamato piano sagittale)



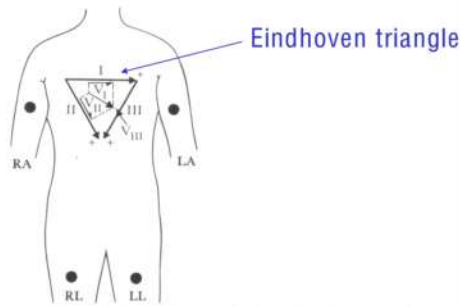
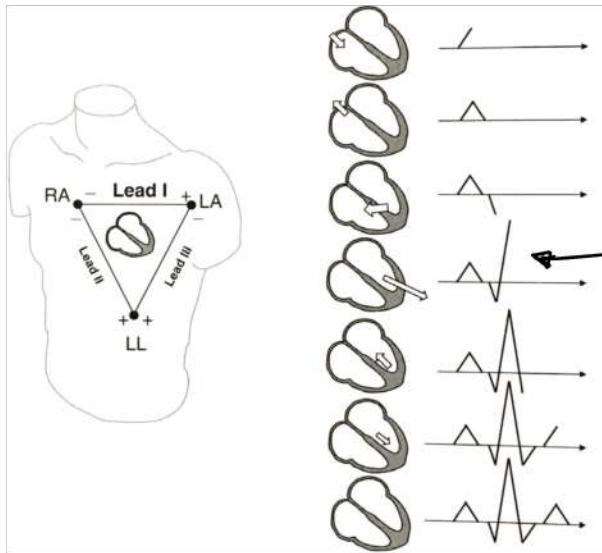


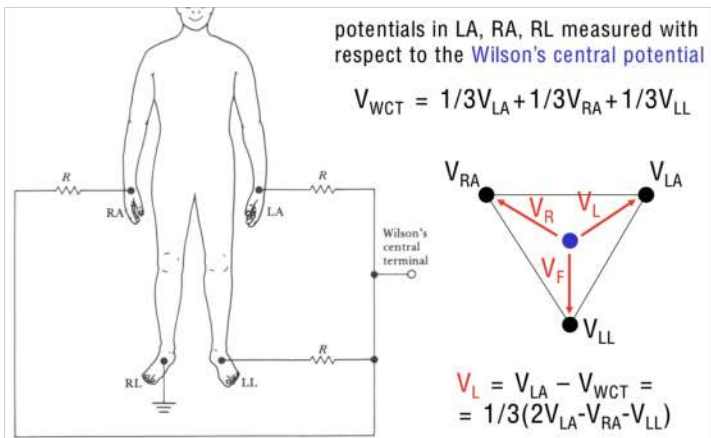
Figure 6.3 Cardiologists use a standard notation such that the direction of the lead vector for lead I is 0°, that of lead II is 60°, and that of lead III is 120°. An example of a cardiac vector at 30° with its scalar components seen for each lead is shown.

Gli elettrodi vengono messi in 4 punti e la Right leg e messa a terra.  
 Quindi in realtà ho 3 punti di misurazione vera.  
 Questi punti creano un triangolo chiamato Eindhoven triangle  
 Quindi possiamo misurare  
 I: LA-RA  
 II: LL-RA  
 III: LA-LL } quindi sempre in lettere Cardiache in 3 direzioni ognuna shiftata di 60°

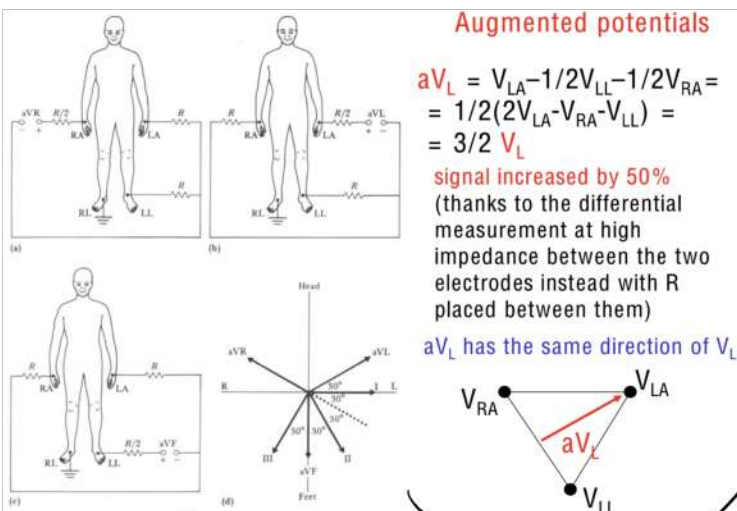


← Questa immagine ci fa vedere il vettore Cardiacco e la lettura tra LA-RA  
 Quando abbiamo la contrazione del ventricolo ho questa curva che sale molto.

Nel piano frontale abbiamo altri 3 punti di misura presi sul Wilson central terminal che è una tensione media presa mettendoci i 3 punti RA/LA/LL collegandoli assieme con una resistenza



Possiamo vedere il Wilson central terminal come il punto medio della base cardiaca quindi come se fosse il punto centrale del triangolo  
 Quindi posso misurare VL, VF, VR e ho il ventaglio di posso misurare altri 3 vettori che sono ruotati di 30° rispetto a quelli di prima.

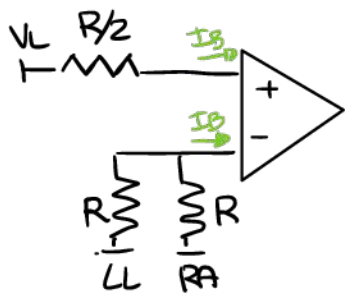


Perciò lo misuro questo dove I, II, III sono i vettori misurati all'inizio e gli altri quelli misurati con il Wilson central terminal.

Per concludere le misurazioni c'è un modo + intelligente, infatti a noi non ci piace misurare con il Wilson central terminal collegato con delle resistenze perché avremo una resistenza tra 2 punti dove misuriamo la tensione.

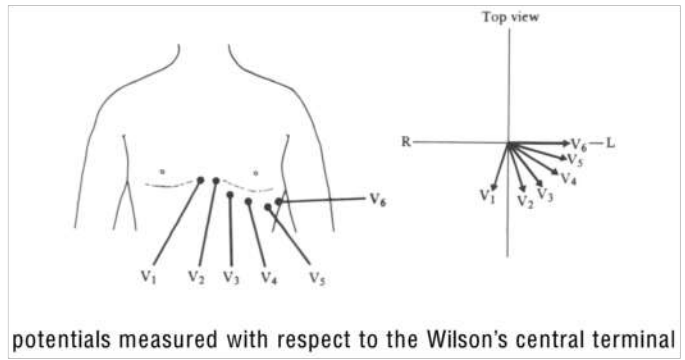


Allora noi usiamo l'augmented central terminal cioè abbiamo un misuriamo  $\frac{1}{2}$  cioè misuriamo la tensione tra  $V_A$  e la tensione media tra  $V_B$  e  $V_C$ .  
 Notiamo che il verso del vettore è sempre quello quindi a noi va da da.  
 Inoltre vediamo che tra i 2 punti che misuriamo noi non abbiamo resistenza perciò abbiamo una high impedance voltage measurement.  
 Usando questa tecnica otteniamo un aumento del 50%.  
 Notiamo però che la Left leg prima di che misuriamo ha anche una resistenza di valore  $R/2$ , a cosa serve?



Notiamo che questa resistenza serve per compensare le  $I$  leakage del opamp con cui andremo a misurare la tensione.

### Pleno trasversale



Prendiamo queste misurazioni ma su un'altro piano

Le tensioni vengono prese tra sti punti e il Wilson augmented central terminal

### Valori tipici di un ECG

Section	Requirement Description	Min/max	Units	Min/max Value
3.2.1	Operating Conditions:			
	line voltage	range	V rms	104 to 1127
	frequency	range	Hz	40 ± 1
	temperature	range	°C	25 ± 10
	relative humidity	range	%	50 ± 20
3.2.2	Lead Definition (number of leads):	NA	NA	Table 3
	three-channel	min	NA	7
3.2.3	Input Dynamic Range:			
	range of linear operations of input signal	min	mV	±5
	slew rate change	max	mV/s	320
	dc offset voltage range	min	mV	±300
3.2.4	Gain Control, Accuracy, and Stability:			
	gain selection	min	mm/mV	20, 10, 5
	manual override of automatic gain control	max	%	5
	gain change rate/minute	NA	NA	NA
	total gain change/hour	max	%/min	±0.33
3.2.5	Time Base Selection and Accuracy:			
	time base selection	min	mm/s	25, 50
3.2.6	Output Display:			
	general	NA	NA	per 3.2.3
	width of display	min	mm/s	40
	trace visibility (writing rates)	max	mm/s	1600
	trace width (permanent record only)	max	mm	1
	departure from time axis alignment	max	mm	0.5
	perforated paper division	min	div/cm	10
	error of ratings	max	%	±2
	time marker error	max	%	±2
	3.2.7	Accuracy of Input Signal Reproduction:		
overall error for signals up to ± 5 mV and 125 mV/s		max	%	±5
upper cut-off frequency (3 dB)		min	Hz	150
response to 20 ms, 1.5 mV triangular input		min	mm	13.5
response after 3 mV, 100 ms impulse		max	mV	0.1
3.2.8	System Noise:			
	error in lead weighting factors	max	%	5
	hysteresis after 15-mm deflection from baseline	max	mm	0.5
	Standardizing Voltage:			
	nominal value	NA	mV	1.0
	rise time	max	ms	1
	decay time	min	s	100
	amplitude error	max	%	±5
	input impedance at 10 Hz (each lead)	min	megohms	2.5
	DC Current (any patient electrode)	max	µA	0.1
3.2.9	Common-Mode Rejection:			
	allowable noise with 20 V, 60 Hz and ± 300 mV dc and 51-kilohm imbalance	max	mm	10
	System Noise:	max	mV	1
	RTI, p.p.	max	µV	30
	mechanical crosstalk	max	%	2
3.2.13	Baseline Control and Stability:			
	return time after reset	max	s	3
	return time after lead switch	max	s	1
3.2.14	Baseline Stability:			
	baseline drift rate RTI	max	µV/s	10
3.2.16	Overload Protection:			
	no damage from differential voltage, 60-Hz, 1-V p.p., 10-s application	min	V	1
	no damage from simulated defibrillator discharge:			
	overvoltage	N/A	V	5000
	energy	N/A	J	360
	recovery time	max	s	8
	energy reduction by defibrillator	max	%	10
	shunting	max	µC	100
	transfer of charge through defibrillator chassis	max	µC	100
	ECG display in presence of pacemaker pulses:			
amplitude	range	mV	2 to 250	
pulse duration	range	ms	0.1 to 2.0	
rise time	max	µs	100	
frequency	max	pulses/min	100	
Risk Current (Isolated Patient Connection)	max	µA	10	
Auxiliary Output (if provided):				
no damage from short circuit risk current (isolated patient connection)	max	µA	10	
			as per Applicable Document 2.1.1	

Ricordare i valori che lui ha segnato in rosso e' abbastanza importante sapere su che ordini di grandezza stiamo lavorando.

Saperne la banda che per fortuna è bassa, il problema è che abbiamo il disturbo dei 50Hz che scassa il cazzo.

Questo è il motivo per cui la CHRR è calcolata a 50Hz

### ECG Measurements

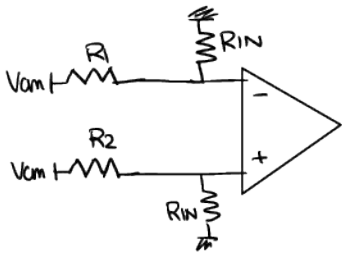
Abbiamo diversi elementi negativi che ci rompono

La cosa principale è la common mode che è nell'ordine di alcuni volt e oscilla tipicamente a 50Hz. Quindi il diff amp deve avere una perfetta common mode.

Un altro caso negativo è il fatto che gli elettrodi si trovano a 2 valori di tensione DC diversi. Abbiamo diversi casi dal perché questo avviene. Uno può essere che l'half cell potential sia diverso. L'altro può essere che gli elettrodi siano bisbeti delle concentrazioni possedute dal CAMP di misurazione. Più che la common mode l'elettrodo offset è quello che soffre di più perché è un segnale differenziale.

## INA

È il sistema più intelligente per gestire tutto questo. L'INA ha impedenza d'ingresso infinita (o comunque molto alta) e questo ci va dritto perché annulla gli eventuali errori che avremo data una differenza di impedenze tra gli input dell'INA. Infatti se  $R_1$  e  $R_2$  sono diversi e abbiamo una common mode e l'impedenza d'ingresso non è  $\infty$  allora noi ce ne si cez un segnale differenziale



+ grande facciamo  $R_{IN}$  - questo problema è presente

Quindi per noi l'uso di un INA è perfetto.

## Amplificatore differenziale common mode

In teoria data la formula

$$V_o = (V_1^+ - V_1^-) \frac{R_4}{R_3}$$

diremo che la CMRR è infinita. Tuttavia la formula  $V_o$  vale solo per  $R_2/R_1 = R_4/R_3$ .

Infatti se noi supponiamo  $R_1 = R_3 = R_4 = R$  e  $R_2 = 0,999R$  allora usando la formula completa abbiamo che

$$V_{ocm} = V_{in} \left[ \left( \frac{0,999R}{1,999R} \right) \left( \frac{2R}{R} \right) - \frac{R}{R} \right] = 0,0005 V_{in}$$

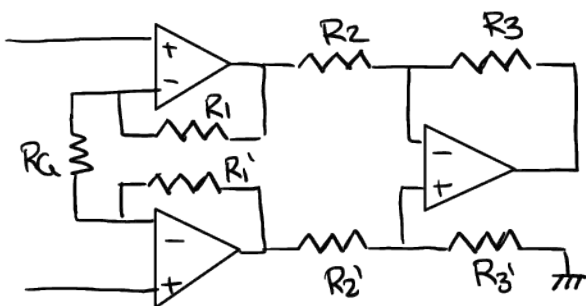
possiamo quindi calcolare la common mode rejection ratio

$$CMRR = \frac{1}{0,0005} = 66 \text{ dB} \quad \text{Dato che tutti i resistori sono uguali}$$

66dB è inaccettabile, infatti se suppongo una  $V_{in} \text{ 50Hz} \approx 1,2V$  ho che  $V_{ocm} \approx 50\text{mV}$  che è nell'ordine di grandezza del segnale.

Per un ecg devo avere una CMRR di 100/120 dB.

## Struttura del INA



Dato il guadagno è

$$V_{out} = (V_{in}^+ - V_{in}^-) \left( \frac{2R_1 + 1}{R_G} \right) \left( \frac{R_3}{R_2} \right)$$

Un'altro effetto ottimo dell'INA è la ottima CMRR.

il primo stage dell'INA fa una CMRR=1 perché con le tensioni virtuali tutto in uscita.

Per la CMRR finale scavalcata da quanto è buono il 2° stage quindi lo stage differenziale che abbiamo visto prima.

Tuttavia in questo caso la tensione differenziale non ha più guadagno 1 ma ha un guadagno molto più alto. E questo ci permette di avere una CMRR molto più grande, in particolare è il guadagno del primo stage + grande.

Abbiamo poi i pin di sense/reference e guard come ci aveva detto zappa.

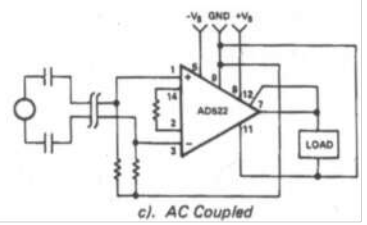
$$V_a = V_b = V_{CM} \rightarrow G_{CM1} = 1 \rightarrow G_{CMtot} = G_{CM1} \cdot G_{CM2} = 1 \cdot G_{CM2}$$

$$G_D = G_{D1} \cdot G_{D2}$$

$$CMRR_{tot} = (G_{D1} \cdot G_{D2}) / (1 \cdot G_{CM2}) = G_{D1} \cdot CMRR_2$$

⇒ CMRRtot increases with  $G_{D1}$   
(and does not worsen if  $R_1$  e  $R_1'$  are different)

- notes:
- IA with FET inputs (vs. BJT) have larger input impedances and very low input bias currents
  - remember to provide a DC path to discharge input IBias, in particular in case with sources AC coupled



01.03.2021

Vista in Differenziale

3h

Abbiamo che i cavi di input introducono dei disturbi, perciò noi possiamo usare dei cavi schermati. il problema è che zero che il conduttore al centro sarà a un valore di tensione di common mode + un piccolo segnale differenziale e la schermatura è a massa, allora avremo che tra il conduttore e la schermatura vedo una resistenza e un condensatore. il condensatore in se non sarebbe nemmeno un problema se i 2 condensatori dei 2 input fossero uguali (ma no) Allora noi usiamo il pin di guard e lo colleghiamo alla schermatura.

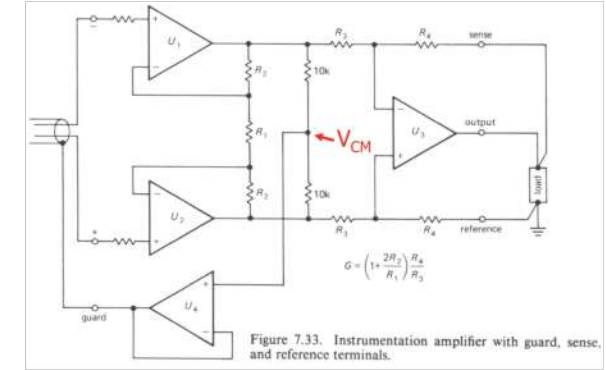


Figure 7.33. Instrumentation amplifier with guard, sense, and reference terminals.

L'effetto della schermatura non cambia perché le interferenze vanno a scaricarsi sulla bassa impedenza del buffer del pin di guard.

Noi sappiamo che il primo stage fa passare la common mode, noi per prendere la  $V_{om}$  usiamo 2 resistenze così eliminiamo la tensione differenziale.

Esiste una tecnica intelligente chiamata bootstrap of power supplies.

(serve per ridurre l'effetto della  $V_{cm}$ )  
Ad esempio se noi alimentiamo gli opamp tra  $\pm 15V$  e la  $V_{cm}$  in ingresso è 0V allora è perfetto se sono centrato. Ma se ho 10V di common mode questo non mi va molto bene. Quindi posso usare questo bel dispositivo che mi dà  $\pm 15V$  relativi alla tensione common. Questo fa sì che è come se la common mode non esistesse.

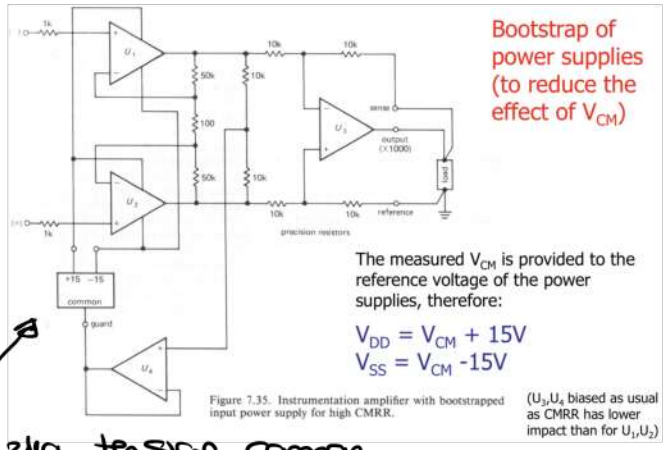


Figure 7.35. Instrumentation amplifier with bootstrapped input power supply for high CMRR.

The measured  $V_{CM}$  is provided to the reference voltage of the power supplies, therefore:

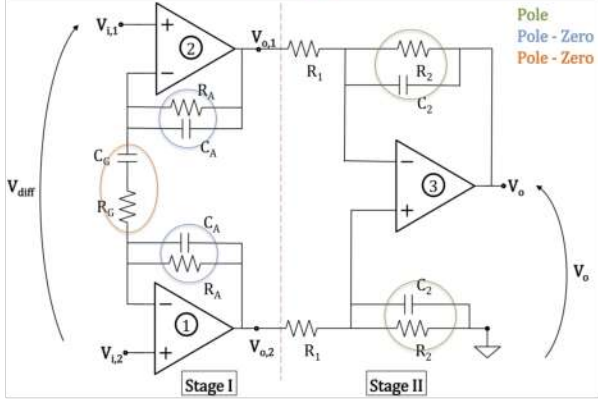
$$V_{DD} = V_{CM} + 15V$$

$$V_{SS} = V_{CM} - 15V$$

( $U_3, U_4$  biased as usual as CMRR has lower impact than for  $U_1, U_2$ )



# Risposta in frequenza del INA.

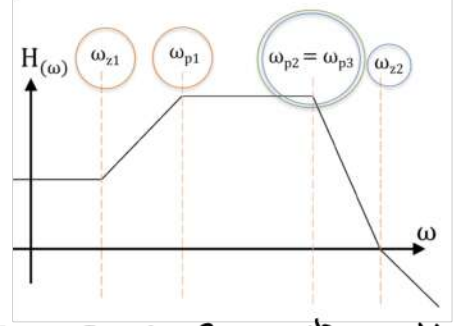


Abbiamo delle capacità che introducono 3 poli e 2 zeri.

e otteniamo questa funzione di trasferimento

$$H(s) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{(1 + s C_G R_G (1 + \frac{2R_A}{R_G})) (1 + s \frac{C_A R_A}{1 + \frac{2R_A}{R_G}})}{(1 + s C_G R_G)(1 + s C_A R_A)(1 + s C_2 R_2)}$$

Con questi 3 condensatori posso fare un filtro Passabanda per l'ECG.



Calcolare i valori dei poli non è complesso

$1/C_A R_A, 1/C_A R_A, 1/C_2 R_2$

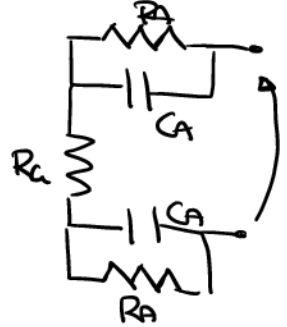
Per gli zeri è un attimo più complesso, consideriamo  $C_A$  e  $C_A$  come non interagenti e supponiamo che  $C_A$  sia attivo prima di  $C_A$ , allora il circuito equivalente è:



Quando vogliamo calcolare lo zero significa che dobbiamo calcolare la frequenza alla quale la tensione d'uscita è zero.

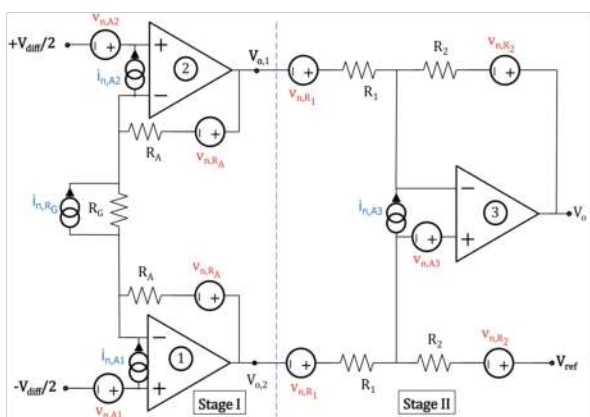
Noi consideriamo la corrente e tramite Kirchhoff scriviamo la tensione d'uscita e calcoliamo l'S che la da.

Per il 2° zero noi supponiamo che questo sia ad alta frequenza, ricaviamo il circuito equivalente e facciamo gli stessi conti.



(Se vogliamo tutti i conti per il calcolo dello zero vedere i transcript)

## Rumore nel INA



(Possiamo vedere tutti i conti nel transcript)

Noise at the output:

$$\begin{cases} S_{n,out(f)}^A = (S_{n,v(f)}^{A1} + S_{n,v(f)}^{A2}) \left(1 + \frac{2R_A}{R_G}\right)^2 \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 + (S_{n,i(f)}^{A1} + S_{n,i(f)}^{A2}) R_A^2 \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \\ S_{n,out(f)}^R = S_{n,i(f)}^{R1} (R_A + R_A)^2 \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 + (S_{n,v(f)}^{R1} + S_{n,v(f)}^{R2}) \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \end{cases}$$

Noise at the input:

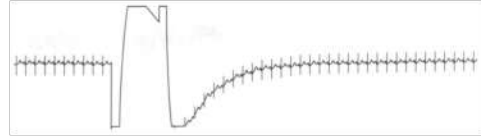
$$S_{n,in(f)}^{tot} = 2 S_{n,v(f)}^{A1} + 2 S_{n,i(f)}^{A1} \left(\frac{R_G}{2}\right)^2 + 4 k T R_G$$

Questo rumore poi sarà da moltiplicare per la banda che vorremo calcolato sopra. Capiamo quindi che dobbiamo usare la banda minima sempre prendiamo solo rumore inutile.

Vediamo che quando abbiamo scritto il rumore di input abbiamo considerato trascurabile il rumore del 2° stage (questo vale che se possiamo usare un OPA + rumore al secondo stage)

## Problem: Frequenti negli ECG.

Se ho che il paziente viene defibrillato ho che l'ECG fa linee strane e poi abbiamo un transitorio di carica

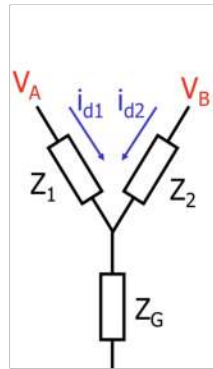
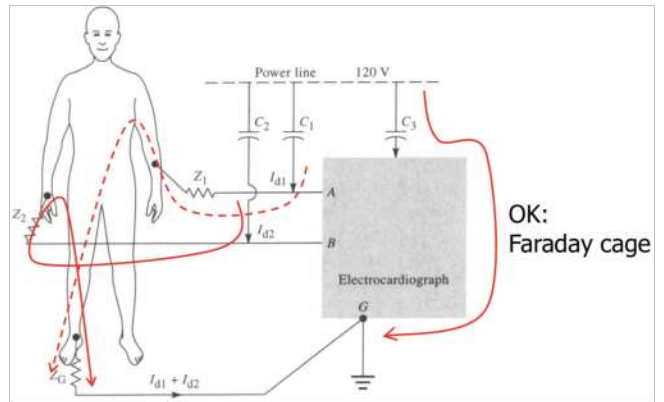


Un altro problema negli ECG è dato dall'accoppiamento con qualsiasi cosa che porti potenza. Questi disturbi li vedo come accoppiamento capacitivo, cioè vedo il dispositivo o il corpo come un pezzo di un condensatore.

Tipicamente il dispositivo lo mettiamo a terra e lo schermiamo, tuttavia abbiamo comunque accoppiamento capacitivo nei cavi e quindi abbiamo 2 correnti che non possono andare dentro l'INA perché è alta impedenza e quindi entro nel corpo il quale è a sua volta connesso a terra.

Però noi sappiamo che il corpo è pezioso e quindi non lo attacciamo direttamente a terra (perché se il paziente tocca una tensione abbiamo che si genera una grande corrente dato che abbiamo solo la resistenza del cavo a terra)

Però noi mettiamo un resistore  $Z_G$  in serie alla terra. Tornando alle nostre correnti  $I_{d1}$  e  $I_{d2}$



$$V_A - V_B = i_{d1}Z_1 - i_{d2}Z_2$$

if  $i_{d1} \approx i_{d2}$

$$V_A - V_B = i_{d1}(Z_1 - Z_2)$$

a differential signal appears at the amplifier input

e.g.  $i_{d1} \approx 6nA$   
 $Z_1 - Z_2 \approx 20 k\Omega$   
 $\Rightarrow V_A - V_B = 120\mu V$

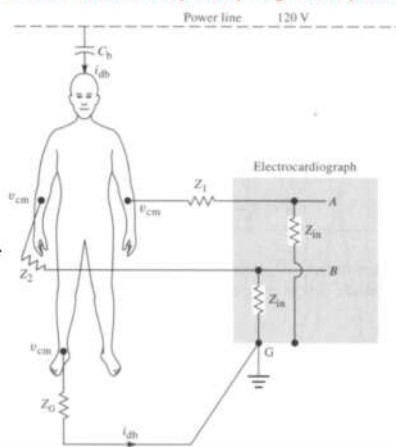
Queste correnti sicuro non vanno lo stesso trasferimento perché prima si deve creare una tensione differenziale che a noi non va bene perché ci disturba la misura.

Un altro problema è dato dall'accoppiamento capacitivo tra il corpo e le power line, questo fa sì che mi si crei una common mode.

Questo è un problema nel momento in cui le impedenze  $Z_1, Z_2$  in input all'INA sono diverse. In questo caso ho che mi si crea una tensione differenziale.

La tecnica per ridurre questo fenomeno, come avevamo detto, è quella di avere un INA con  $Z_{in}$  molto grande.

Common mode induced by coupling with power lines



$$V_{cm} = i_{db}Z_G$$

$$V_A - V_B = V_{cm} \times \left( \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_1} - \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_2} \right)$$

$Z_1, Z_2 \ll Z_{in}$

$$V_A - V_B = V_{cm} \times \frac{Z_2 - Z_1}{Z_{in}}$$

differential signal created

Posso ottenere questo fenomeno di tensione differenziale anche con i condensatori in ingresso.



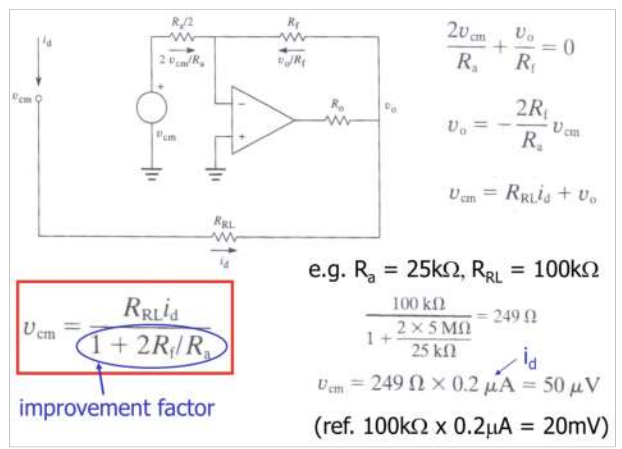
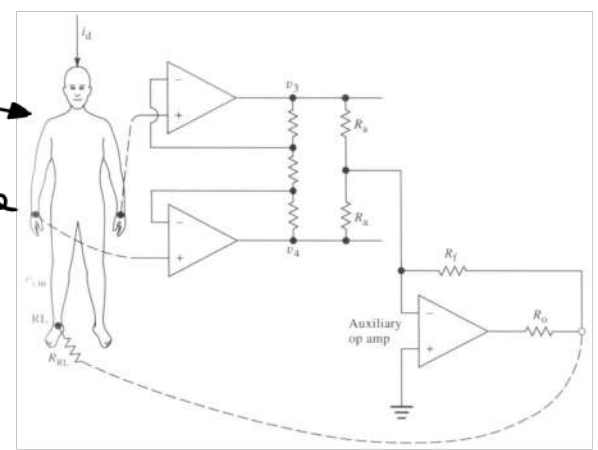
Perciò potremo dire che la tensione d'uscita è data da tutte queste componenti.

$$V_{out} = G_D V_{biol} + \frac{G_D V_c}{CMRR} + G_D V_c \left( 1 - \frac{Z_{in}}{Z_{in} + Z_1 - Z_2} \right)$$

biosignal  
limited CMRR of the amplifier  
differential signal created by the common mode through unbalance impedances

Quindi questa common mode è un po' un problema.

Un modo per ridurre la common mode è → cioè usare il pin di guard e un ampli invertente in modo da ridurre la common mode



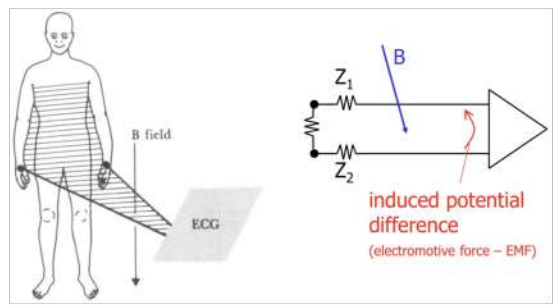
Per arrivare a questo lui ha usato Thevenin. Perciò la Resistenza vista sul pin di guard non è altro che  $R_a/2$ .

Serviamo poi il bilanciamento delle correnti

e vediamo poi che  $V_o$  non è altro che l'invertente di  $V_{cm}$ .  
 Sappiamo anche poi che  $V_{cm} = R_{RL} i_d + V_o$  (due  $i_d$  è la corrente di rumore che zuevamo zuev prima).  
 Vediamo quindi che la common mode va a ridursi da  $R_{RL} i_d$  (che avremo senza fare niente) a

$$V_{cm} = \frac{R_{RL} i_d}{1 + 2R_f/R_a}$$

Un altro problema che possiede due negl ECG è l'accoppiamento magnetico

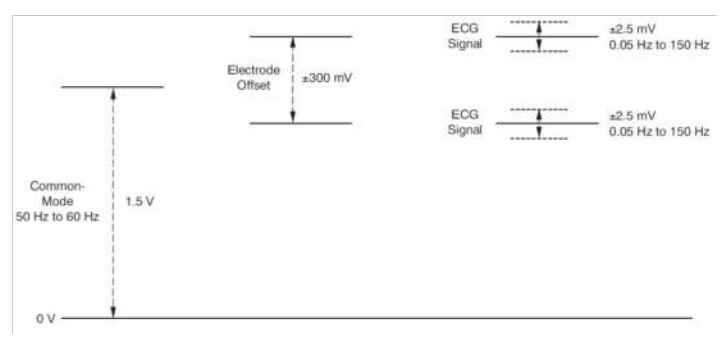


infatti i cavi e le braccia mi creano una pira e un campo magnetico variabile m va a generare una tensione.

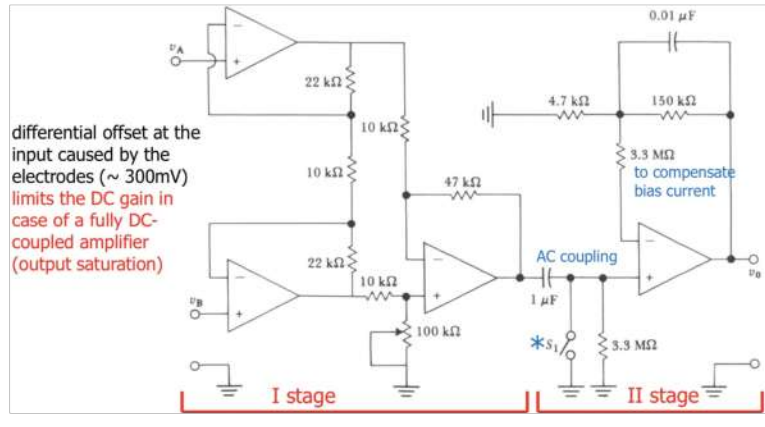
Per risolvere questo effetto uso il twisted pair.

Reminder delle caratteristiche dell' ECG

Ricordiamo che abbiamo circa 300mV detti del semielemento potenziale



# Esempio di un ECG



Uedo che ho l'INA e poi ho un secondo OPAMP che sembrerebbe non inverte. Ma perché mi serve un secondo amplificatore?  
 Xè noi vogliamo un guadagno elevatissimo ma all'input abbiamo i 300mV differenze dati dagli elettrodi e quindi non possiamo usare un solo stage altrimenti satureremo. Ma perché funziona facendo in 2 stage?

Funziona perché la tensione differenziale data dagli elettrodi non passa il condensatore perché è una tensione continua.

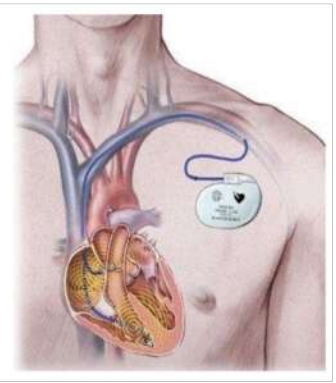
Un problema di questo circuito è la costante di tempo che si crea tra il condensatore di decoupling e 3.3MΩ. Infatti questa dà una  $\tau$  di 3s e quindi dopo una defibrillazione noi dovremo aspettare 3 secondi prima di avere di nuovo un buon ECG.

Un trucco per risolvere ciò è usare un interruttore in parallelo alla resistenza, fanno in modo che l'interruttore si chiuda quando abbiamo la defibrillazione (poco dopo) così scarichiamo rapidamente il condensatore.

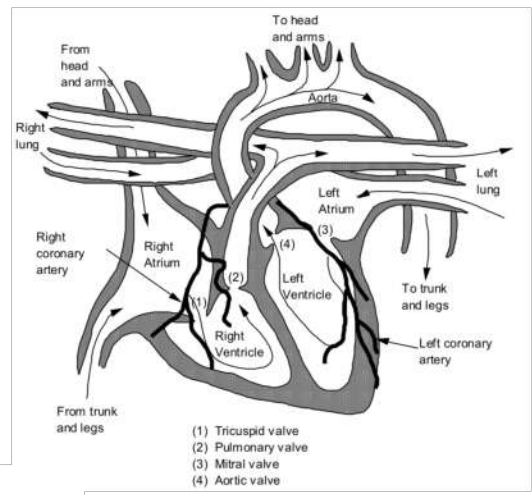
Abbiamo poi un'altra resistenza da 3.3MΩ messa sul -, la quale serve per le correnti di bias

## 03.03.2022 Pacemaker 2h

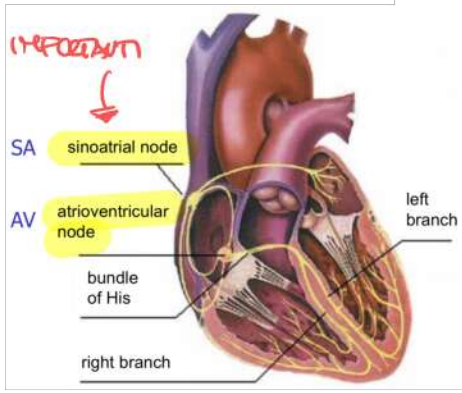
Pacemaker è un dispositivo per regolare l'attività cardiaca. La maggior parte del suo volume è data dalla batteria.



Ricordiamo ora com'è fatto il cuore



entro nell'atrio destro poi nel ventricolo destro che dà il sangue ai polmoni. Poi il sangue ossigenato va nell'atrio sinistro e poi nel ventricolo sinistro.



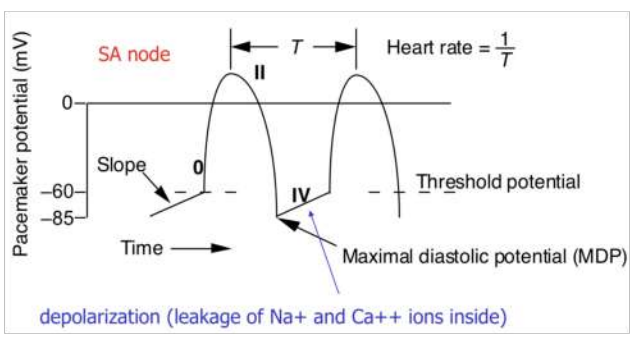
In quello vediamo le "connessioni elettriche" del cuore.

Proprietà del cuore:

- Automaticità: Capacità di partire spontaneamente con i battiti
- Ritmicità: I battiti devono essere regolari.



Come fa a essere possibile questo? Dobbiamo rivedere il concetto di action potential.



Le cellule del cuore chiamate cellule pacemaker hanno la capacità di far partire una tensione a rampa che fa partire in automatico una reazione di action potential.

Questo avviene perché ho un leakage di sodio

Quando supero la threshold potential ho che si attiva un action potential.

Quindi capiamo che le cellule del cuore sono diverse dai neuroni perché non raggiungono un valore stabile di resting potential.

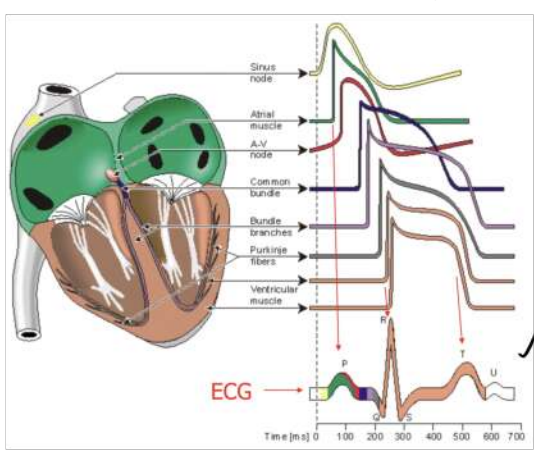
Supponiamo che nel cuore ci siano diversi tipi di queste cellule, ma come fa il cuore a battere in un ordine specifico e le cellule non vengono triggerate random?

Ogni nodo ha il suo periodo di battiti, ad esempio il sinus node ha 70 battiti/min, ma altri nodi hanno diversi periodi.

Ma quindi come si sincronizzano?

Dobbiamo ricordare che le cellule pacemaker si attivano anche quando abbiamo uno stimolo esterno (come in un neurone normale) e non solo in modo automatico. Perciò anche se ho diverse cellule pacemaker con diversi periodi ho che quella che batte più veloce vince.

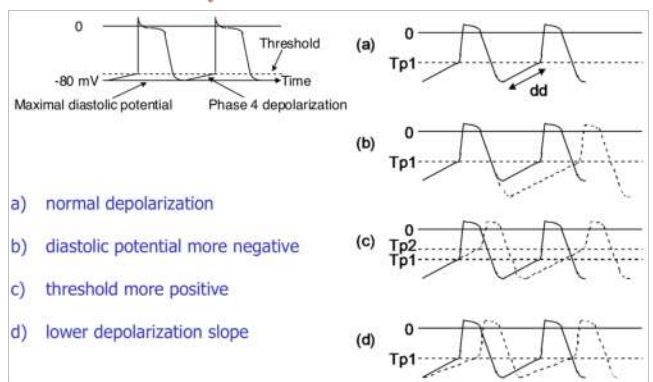
La più veloce di tutte è il sinus node (che è il nodo messo in alto) quindi gli altri nodi non hanno tempo di seguire il loro beating rate ma seguono quello del sinus node. Capiamo quindi come facciamo ad avere questa serie di potenziali:



Qui in uscita vediamo la combinazione di tutti gli action potential.

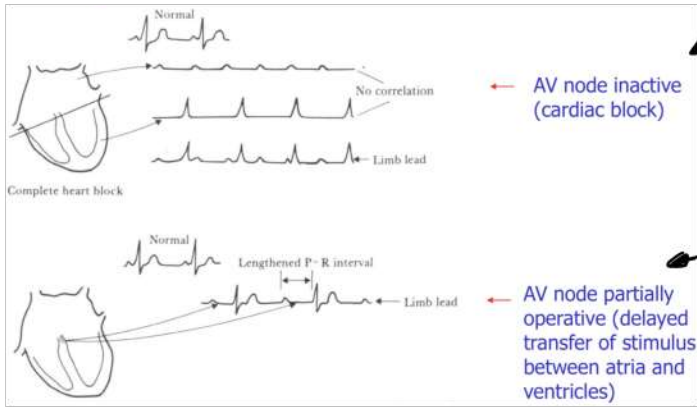
Con i colori vediamo da dove arriva la tensione che ci dà la curva degli ECG.

**Fattori che possono influire sul ritmo cardiaco**



Ognuno di noi ha un battito cardiaco diverso perché potremo avere la soglia più alta o la rampa + ripida ecc...

# Esempi di Aritmia



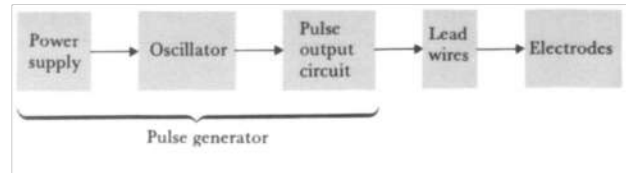
Esempio in cui l'Atrial ventricular node è inattivo perciò non c'è correlazione tra il battito degli atri e dei ventricoli

C'è un delay tra l'intervallo P e R.

## Pacemaker

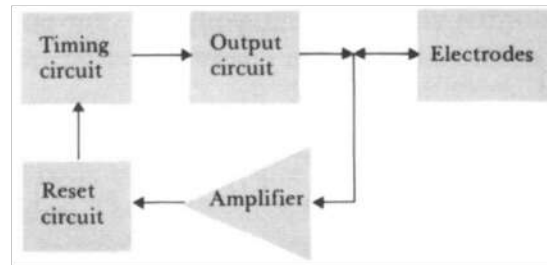
il Pacemaker è uno stimolatore cardiaco che produce impulsi elettrici in posti precisi nel cuore dove esiste un problema (tipico nel caso di aritmia). Esistono 3 classi di pacemaker: Asincrono (da impulsi a una freq costante), Sincrono (che si rifà da impulsi del ritmo del cuore), Rate adaptive (variabile, è un computerino in pratica)

I pacemaker sincroni non credo esistano più, hanno solo ragioni storiche e hanno una struttura del tipo

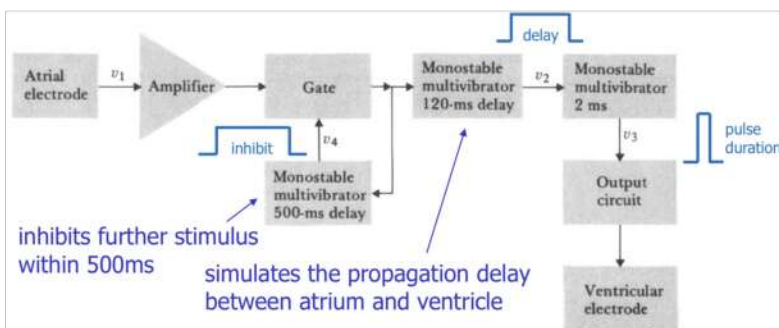


Un altro tipo di pacemaker è quello sincrono, in particolare Demand-type synchronous pacemaker.

È un tipo di pacemaker che si usa per pazienti bradicardici, cioè il pacemaker si attiva solo quando la distanza tra 2 impulsi supera un certo valore di tempo allora si attiva, se questo non succede allora il pacemaker non fa nulla



Esiste poi un'altra architettura per i pacemaker sincroni, l'atrial-synchronous pacemaker. Ad esempio questo pacemaker si usa quando il segnale elettrico dagli atri non passa ai ventricoli, allora noi leggiamo l'impulso dagli atri e tramite il pacemaker noi diamo l'impulso ai ventricoli



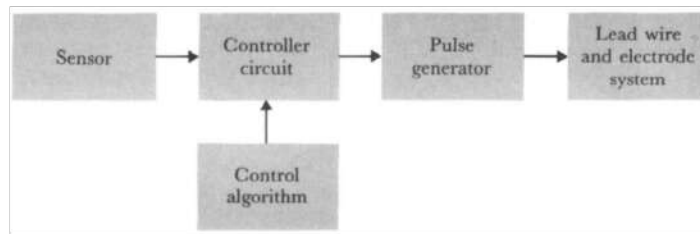
Per stimolare il ventricolo noi dobbiamo leggere il segnale dell'atrio, poi usiamo un multivibratore stabile per creare un delay (che simula quello che esiste nel corpo), poi sul Rising edge del multivibratore stabile creo il mio impulso per i ventricoli



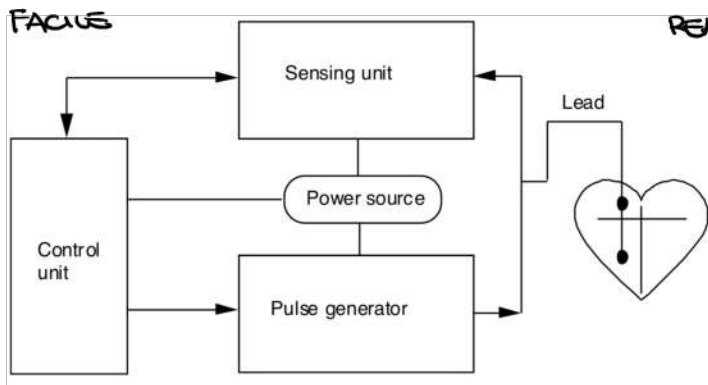
Tutto questo per simulare il delay che avviene naturalmente nel corpo.

Vediamo che in questa architettura è presente anche un gate in ingresso, questo lo abbiamo perché l'impulso che diamo al ventricolo è così grande che potremmo rileggerlo al ritmo, quindi tramite questo gate noi inibiamo la lettura per un tempo fisiologico per a quello di un battito normale.

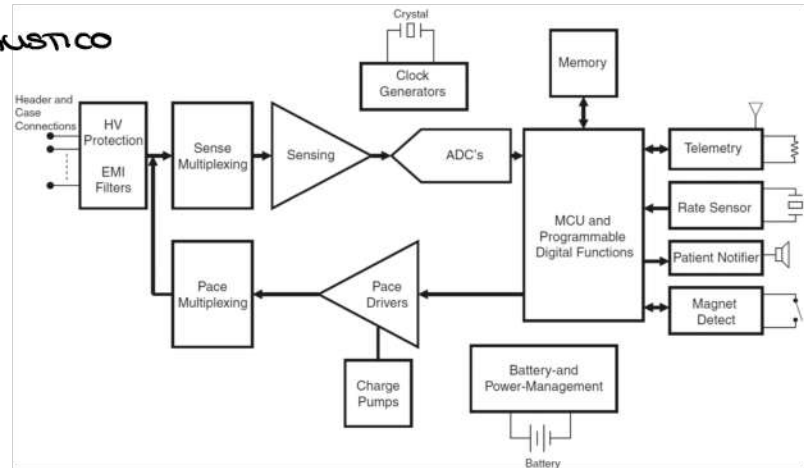
Un'altra architettura è il rate adapting pacemaker, l'architettura è molto simile a quelle precedenti solo che in questo caso abbiamo molti sensori tipo temperatura del sangue oppure accelerometri ecc..



Componenti base di un pacemaker.

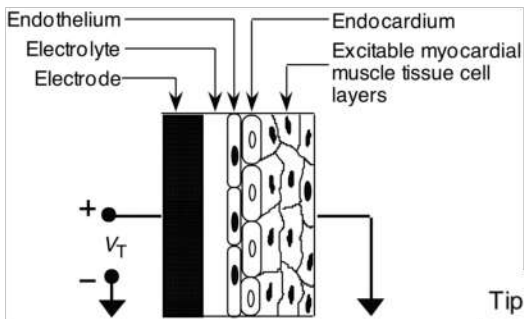


REALISTICO



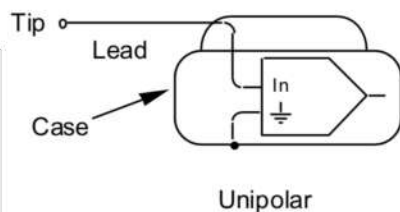
Elettrodi dei pacemaker

A livello di interfacci: elettrodo elettrolite sono molto simili a quelli degli ECG. Negli elettrodi dei pacemaker è posta estrema attenzione nella sicurezza e nell'impedenza tra elettrodo tessuto, infatti se l'impedenza è molto alta tutto via molta energia e ci non va bene.



Ma l'impulso del Pacemaker rispetto a cosa lo mandiamo dato che il pacemaker è stand alone?

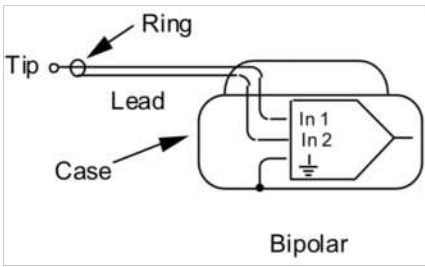
Possiamo avere 2 casi di impulso quello bipolare e quello unipolare



Nel caso unipolare mandiamo un impulso riferito alla tensione del case del pacemaker che noi definiamo come terra.



Nel caso bipolare al catotro abbiamo



In pratica mandiamo un impulso riferito ad un secondo elettrodo e non più alla tensione del case del dispositivo.  
 Diamo un impulso + localizzato dato che i 2 elettrodi sono vicini.

La distinzione tra unipolare e Bipolare esiste anche nel sensing fatto dal pacemaker.

### Batterie del Pacemaker

Sono essenziali e non possono cambiare ogni 2x1 dato che devo fare un'operazione.

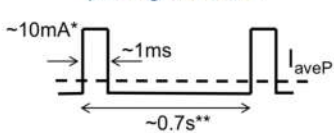
#### Basic numbers:

- Battery duration: 10 years
- Battery capacity: ~ 2000mAh (vs. iPhone 11: ~ 3000mAh)

⇒ How much current (average) is allowed for the pacemaker in 10Y?

$$I_{ave} = \frac{\text{Capacity}}{\text{Duration}} = \frac{2000\text{mAh}}{10\text{Y}} = \frac{2000\text{mA}\cdot\text{h}}{10 \cdot 365 \cdot 24 \cdot \text{h}} \sim 23\mu\text{A}$$

#### pulse generation:



$$I_{aveP} \sim 10\text{mA} \frac{1\text{ms}}{0.7\text{s}} \sim 14\mu\text{A}$$

⇒ ~ 9μA (max) available for the remaining electronics

\* ~10mV/1Ω \*\* ~ pulse periode

è l'unità di misura di una carica

Dato la capacità quanto corrente posso far scorrere in 102mi (e' la domanda base all'ora)

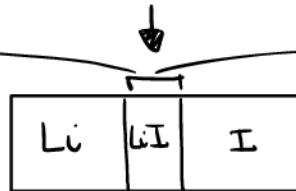
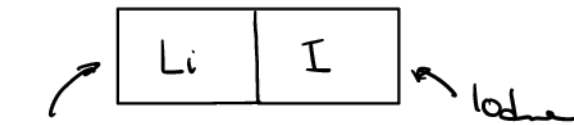
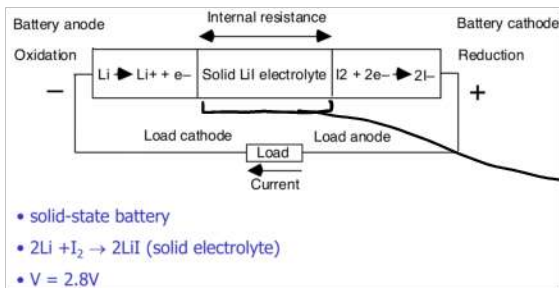
Possiamo consumare solo 23μA medi

Ma noi con il pacemaker dobbiamo fare degli impulsi di circa 10mA per 1ms (ci servono 10mA perché per avere l'effetto potenziale dobbiamo

fare una tensione di circa 10mV ma l'impedenza del tessuto è molto bassa dell'ordine degli Ohm quindi ogni impulso ci costa una corrente di 10mA) facendo la corrente media notiamo che consumiamo 14μA e quindi per il resto dell'elettronica ci rimangono solo 9μA.

### Batteria al litio

Si basa su una redox dove il litio si ossida e l'iodine si riduce. In pratica il litio da elettroni che passano attraverso il circuito e vanno nell'iodine che va riducendosi.

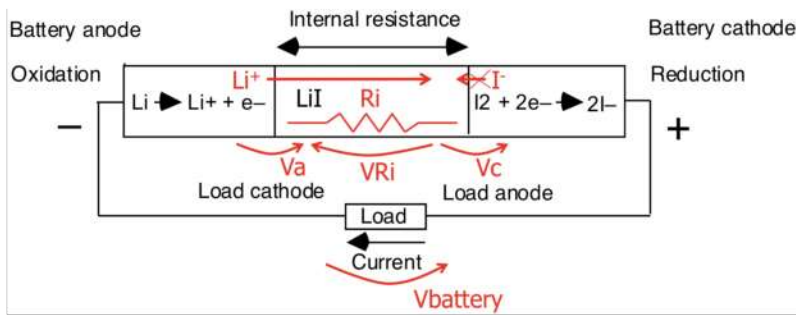


Prodotto di reazione che con il tempo cresce e con lui fa crescere la tensione.

i 2.8V sono la somma di queste 2 semi-elementi potenziali

La tensione iniziale di una batteria al litio è 3.8V ma dopo diversi anni a causa della reazione chimica la tensione va riducendosi.

Possiamo vedere il Solid LiI electrolyte come una resistenza per gli elettroni che si spostano dal litio all'iodine.



Dato che ho iai di Lito che passo all'interno della batteria ho una corrente e quindi una caduta di tensione. Quindi ho che  $V_a$  e  $V_c$  che sono i 2 semielementi potenziali delle interfacce (che sommi fanno 3,8V) e  $V_{Ri}$  che fa cadere questa tensione, facendo vedere

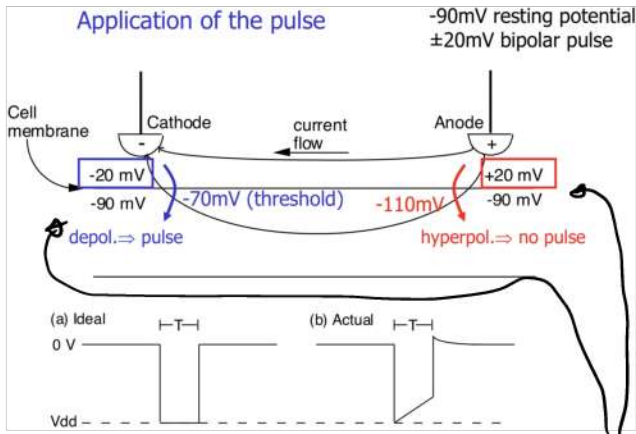
esistita la batteria.

04.03.2022

3h

## GENERAZIONE D'IMPULSI PER IL PACEMAKER

L'obiettivo principale del Pacemaker è generare impulsi.



Ricordiamo che abbiamo un resting potential di  $\pm 90mV$  e sappiamo che se mettiamo un impulso di faccia in modo di ridurre questa tensione fino a  $-70mV$  allora noi possiamo attivare l'azione potential e triggerare l'impulso.

Supponiamo di avere una zona del tessuto dove noi applichiamo un impulso di tensione un elettrodo a  $-20mV$  e uno a  $+20mV$

Abbiamo che attorno agli elettrodi abbiamo che dove applichiamo  $-20mV$  abbiamo che la dep tra interno ed esterno va riducendosi a  $-70mV$ , quindi questa regione scatta e abbiamo l'azione potential.

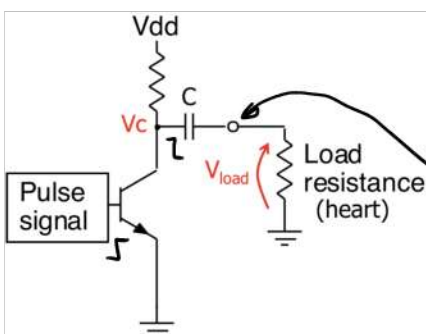
All'altro elettrodo diamo  $+20mV$  e in questo caso la dep della cellula va aumentando tra esterno ed interno, perciò noi iperpolarizziamo la cellula e quindi non ho l'impulso. Ho quindi una zona in cui ho l'azione potential e una dove no.

Sappiamo quindi che per avere stimoli noi dobbiamo dare impulsi negativi (e non positivi) che avremo normalmente ampiezza massima = VDD (3,8V)

Ma non ci servirebbero  $-3,8V$  ma a noi basterebbero  $-20mV$ . Ma nella realtà no non possiamo fare un impulso di  $20mV$  perché abbiamo l'impedenza dell'elettrodo che ci distrugge il trasferimento.

Inoltre il tipico valore di grandezza per l'impedenza dell'elettrodo è  $k\Omega$  mentre l'impedenza del tessuto è nell'ordine di pochi volt, quindi perdiamo circa  $1/1000$  di tensione e quindi non ci basterebbero nemmeno  $3,8V$  e dovremo amplificarli.

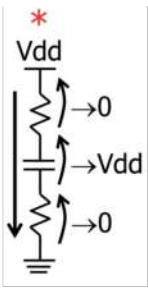
## Stage per Generare gli impulsi



Il condensatore gioca un ruolo fondamentale per fornire l'impulso negativo

In questo caso abbiamo messo l'impedenza dell'elettrodo.

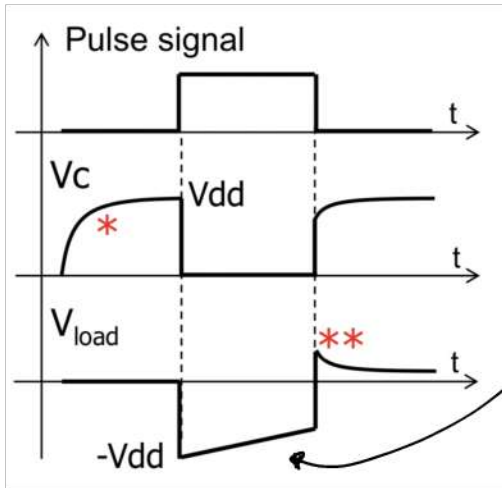




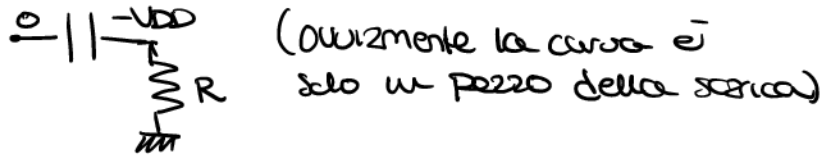
Quando il transistor è off abbiamo questo semplice circuito RC (Non sappiamo che il condensatore sia 0V)

Perciò carichiamo il condensatore a VDD

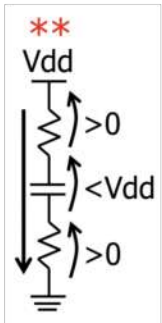
- Diamo poi un impulso all'input del transistor, dato che il transistor è una configurazione invertita allora il nodo Vc va a 0V. Non sappiamo che il condensatore non può cambiare la tensione ai suoi capi istantaneamente allora quando la parte del nodo Vc va a 0V allora l'altra faccia del condensatore va da 0V a -VDD e così sul load abbiamo -VDD



Vediamo che ci c'è la tensione e questo è dato dal fatto che abbiamo una rete RC

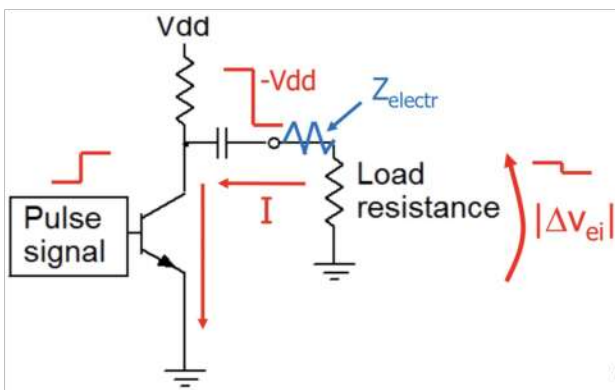


Abbiamo poi una terza fase in cui quando scarichiamo il condensatore abbiamo un piccolo bump di tensione positivo. Infatti se studiamo il circuito con il transistor off, vediamo che:



Non sappiamo che il transistor è carico ma non del tutto a -VDD ma un po' meno di VDD e questo fa sì che sulle resistenze ci sia una caduta di tensione positiva che risulta nel bump di tensione.

### CORRENTE VS DURATA DELL'IMPULSO



Abbiamo aggiunto l'impedenza dell'elettrodo e vediamo il problema che dicevamo prima.

La vera domanda è riusciamo ad avere comunque un impulso di -20mV?

Poi non abbiamo visto questo circuito sotto forma di gap di tensione ma data la grande impedenza possiamo vederlo come un generatore di corrente

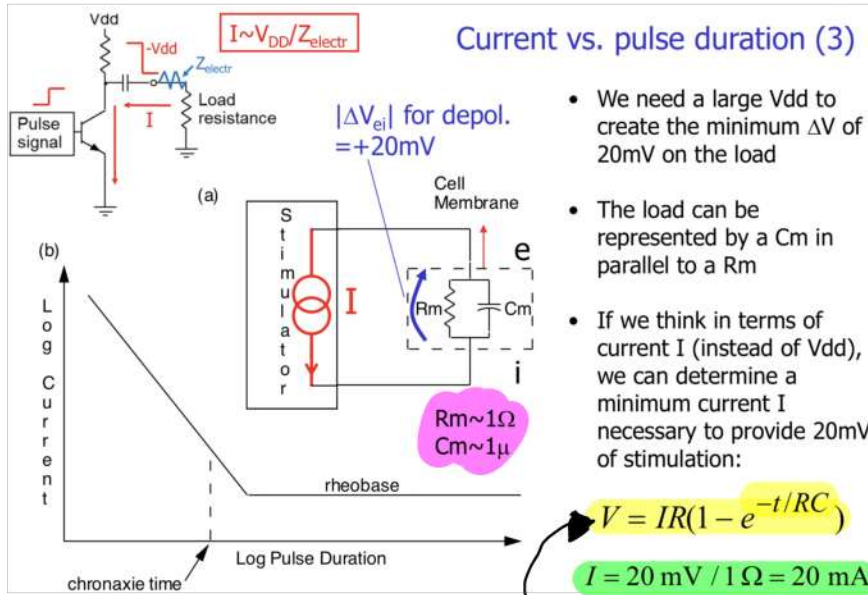
quindi  $Z_{elec} \gg R_{load} \rightarrow |V_{e}| \ll V_{DD}$

e perciò  $I = \frac{V_{DD}}{R_L + Z_{elec}} \approx \frac{V_{DD}}{Z_{elec}}$

Pertanto la corrente d'uscita è indipendente della resistenza di carico del tessuto

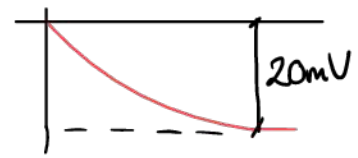
Ci siamo spostati in una voce di generare di corrente perché è più facile vedere la carica della batteria in questo modo. Ma qual'è il miglior compromesso tra ampiezza e durata dell'impulso?

Consideriamo l'ampiezza dell'impulso variabile perché possiamo usare delle charge pumps) Prima di rispondere alla domanda dobbiamo introdurre il modello del tessuto che non è più rappresentabile con una sola resistenza.



Abbiamo il modello del tessuto come resistenza e Capacità in parallelo.

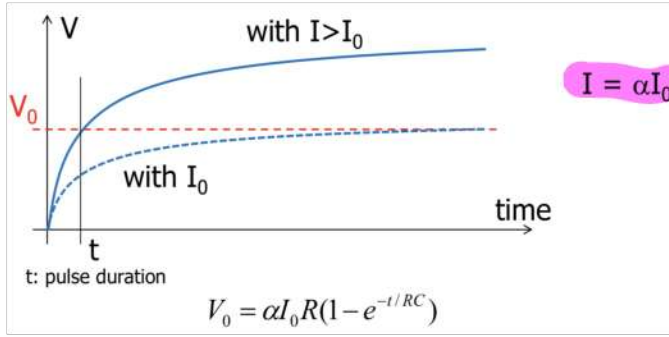
Allora noi sappiamo che l'impulso di tensione sul tessuto non sarà la stessa forma di quello che noi impieghiamo con la nostra rete, ma bensì abbiamo una carica RC.



- We need a large Vdd to create the minimum ΔV of 20mV on the load
- The load can be represented by a Cm in parallel to a Rm
- If we think in terms of current I (instead of Vdd), we can determine a minimum current I necessary to provide 20mV of stimulation:

Perché la tensione sul carico è questa

Se noi calcoliamo la corrente minima I0 che mi dà 20mV devo aspettare all'infinito. Allora noi diamo un valore di tensione I + grande in modo che dobbiamo aspettare un tempo T per raggiungere i 20mV.



Noi dobbiamo scegliere un valore di α e quello ottimo.

È evidente che più piccolo è α più dura l'impulso nel tempo

$V_0 = \alpha I_0 R (1 - e^{-t/RC})$

$\frac{V_0}{\alpha I_0 R} = (1 - e^{-t/RC}) \quad -\frac{t}{RC} = \ln(1 - \frac{V_0}{\alpha I_0 R})$

**TAYLOR**  
 $\ln(1+x) \approx x$   
 $\frac{t}{RC} \approx \frac{V_0}{\alpha I_0 R}$

$t \approx RC \frac{V_0}{\alpha I_0 R}$  inverse proportionality between I and t (for large I)

$t = C \frac{V_0}{I} \quad I = C \frac{V_0}{t} \frac{I_0}{I_0} \quad I = I_0 \frac{t_c}{t} \quad (t_c = CV_0/I_0)$

$I = I_0 \frac{t_c}{t}$  OK for t small  
 no OK for t → ∞ (does not go to I0)

$\Rightarrow I = I_0 (1 + t_c / t)$  (I → I0 for t → ∞)

In questa formula vedo la relazione inversa tra α e t

Se noi la corrente in questo modo due t\_c è tipo il tempo di carica

Questa formula funziona per t piccoli e non per t → ∞ perché in questo caso la formula non funziona perché che tende a I0

Allora introduciamo questa formula per risolvere il problema



Dato questa equazione zabbso nei passzmo ricurve il compromesso migliore tra corrente e tempo.

Noi vogliamo minimizzare il consumo di energia, perciò

$$E = I^2 Z t$$

$$\frac{dE}{dt} = I_0^2 Z \left(1 - \frac{t_c^2}{t^2}\right)$$

$$E = (2I_0)^2 Z t_c = 4I_0^2 Z t_c$$

$$E = 7.2 I_0^2 Z t_c \quad (t = 0.2 t_c)$$

$$E = 4.5 I_0^2 Z t_c \quad (t = 2 t_c)$$

Vedo che ottengo l'energia dipendente dalla tua durata  $t_c$

Allora poi faccio la derivata dell'energia nella durata del tempo e la impengo a 0 per trovare il minimo

$$\frac{dE}{dt} = 0 \rightarrow I = 2I_0$$

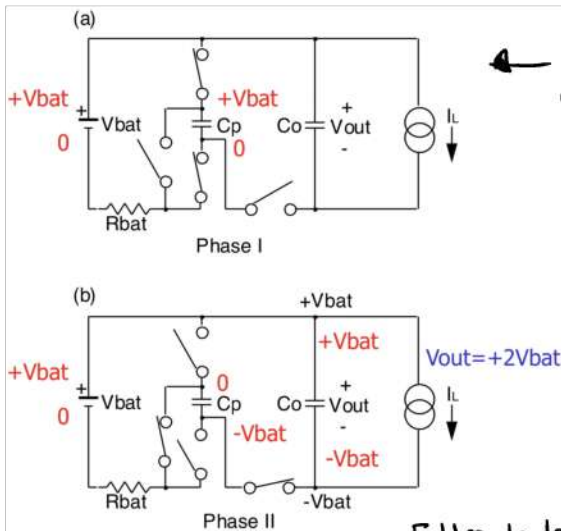
Due  $I_0$  è la corrente minima che potrebbe immaginare l'impulso a tempo infinito

Esempi di energia con diversi valori di corrente

### Generazione di una tensione maggiore di quella della batteria

il livello di tensione della batteria va scaricandosi nel tempo noi vogliamo alzare questo livello di tensione

Iniziamo dal circuito più facile per raddoppiare la tensione

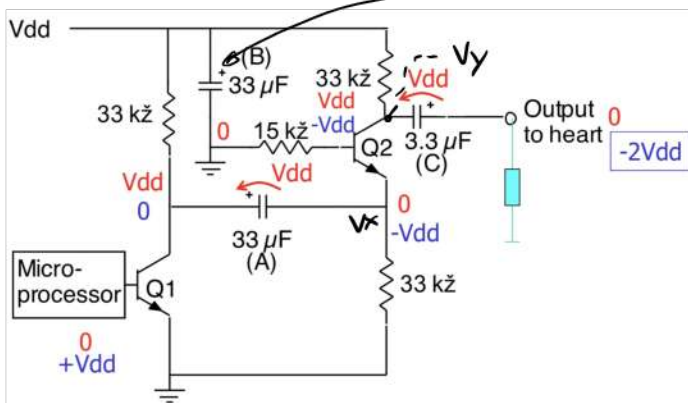


Questo è il principio base del funzionamento del moltiplicatore di tensione

In pratica carichiamo un condensatore a  $V_{bat}$  e poi lo mettiamo in serie al generatore

Atualmente il carico assorbe corrente e quindi il condensatore andrà scaricandosi.

Filtra la tensione



Questo è un circuito pulser come quello visto prima ma in più abbiamo che abbiamo anche il raddoppio della tensione

Con i 2 condensatori vediamo le tensioni nei 2 casi ON/OFF

Quando  $Q_1$  è OFF ho che  $V_x = 0V$  e quindi anche  $Q_2$  è OFF. (dato che  $V_{BE} < \phi$ ) su  $V_y$  ho  $V_{DD}$  e quindi carico il condensatore

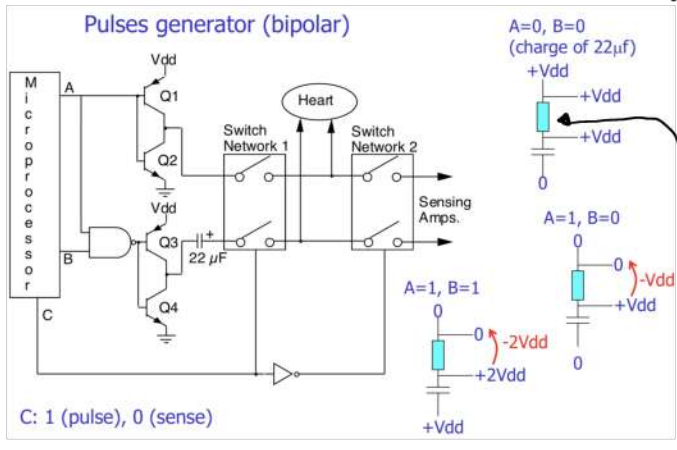
Quando  $Q_1$  è ON su  $V_x$  ho  $-V_{DD}$  e quindi anche  $Q_2$  è ON.

Perciò ho il collettore di  $Q_2$  che va alla stessa tensione di  $V_x$  cioè  $-V_{DD}$

Abbiamo un condensatore d'uscita ma può cambiare la tensione cui sono capi subito, inoltre da un lato netto  $-V_{DD}$  allora dall'altro deve avere  $-2V_{DD}$ .

(Se chiede di simulare abbiamo che in DC il condensatore è aperto ma appena il sistema cambia ho corrente che va nel condensatore)

Posso fare anche un circuito per stimolare in modo bipolare

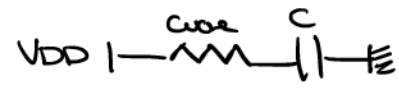


ho 2 NOT Etti a transistor e poi ho il condensatore a 22µF che viene caricato.

Le reti di switching mi servono a una porta adesso servono solo per andare in sensing oppure mandare impulsi.

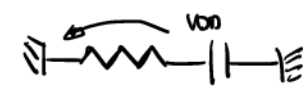
è il cuore

Nel caso  $A=0$   $B=0$  ho che le uscite dei 2 inverter sono una a  $V_{DD}$  e l'altra a 0, quindi carico il condensatore con la solita rete RC

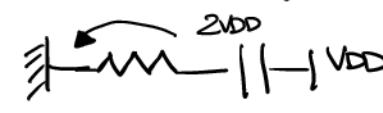


Abbiamo 2 opzioni adesso

Nel caso  $A=1$   $B=0$  fa sì che la parte bassa del circuito rimanga uguale quindi il condensatore ha un lato a 0V. Cioè che cambia è la parte sopra che va da  $V_{DD}$  a 0 questo fa sì che sul cuore ho abbia una  $\Delta V = V_{DD}$



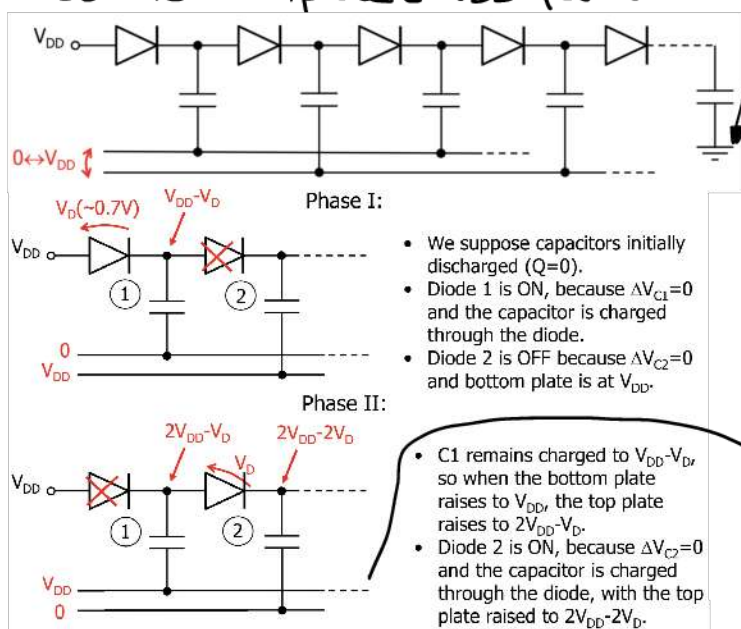
Nel caso  $A=1$   $B=1$  ho che sul cuore vengono applicati  $2V_{DD}$ . In particolare l'output della parte sopra è 0V mentre quello sotto è a  $V_{DD}$ . Dato che la capacità non può variare istantaneamente questo fa sì che la tensione superiore del condensatore vada a  $2V_{DD}$  e quindi sul cuore ho  $-2V_{DD}$



### CHARGE PUMPS

Possiamo moltiplicare  $V_{DD}$  per un numero N

è messa a terra l'ultimo condensatore!



è la dickson charge pump

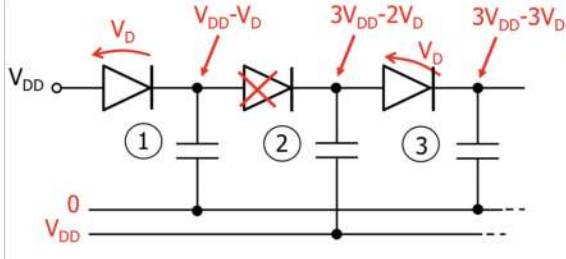
I condensatori sono collegati istantaneamente a 2 linee diverse che possono essere varate tra 0 e  $V_{DD}$ .

Iniziamo considerando i condensatori scarichi.

Si inverte, è sempre la stessa storia del condensatore che non può variare istantaneamente la tensione e sui capi

- We suppose capacitors initially discharged ( $Q=0$ ).
- Diode 1 is ON, because  $\Delta V_{C1}=0$  and the capacitor is charged through the diode.
- Diode 2 is OFF because  $\Delta V_{C2}=0$  and bottom plate is at  $V_{DD}$ .
- C1 remains charged to  $V_{DD}-V_D$  so when the bottom plate raises to  $V_{DD}$ , the top plate raises to  $2V_{DD}-V_D$ .
- Diode 2 is ON, because  $\Delta V_{C2}=0$  and the capacitor is charged through the diode, with the top plate raised to  $2V_{DD}-2V_D$ .





Pay also attention to a general rule we have learned:

- Diode ON:  $V_x \leftarrow V_x - V_D$
- Diode OFF:  $V_y \leftarrow V_y + 2V_{DD} - V_D$

- Now, as C2 was charged to  $2V_{DD} - 2V_D$ , when the bottom plate of C2 is raised to  $V_{DD}$ , its top plate is raised to  $3V_{DD} - 2V_D$ .
- Diode 3 is ON, because  $\Delta V_{C3} = 0$ , and the capacitor is charged through the diode.
- The top electrode of C3 is raised to  $3V_{DD} - 3V_D$ .

Tomiamo alla fase 1 solo con una conoscenza maggiore del 2° stadio e quindi sappiamo cosa succede al 3° stadio ecc..

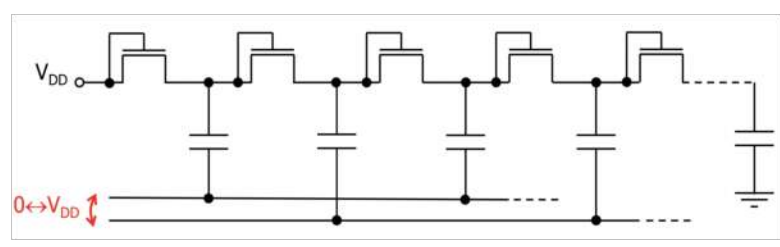
Questa cosa la posso fare anche con + di 3 stadi ma mettendo N stadi, allora in questo caso  $V_{out} = NV_{DD} - NV_D$

Ovviamente l'uscita moltiplicata l'abbiamo su out dopo diversi cicli di clock perché dobbiamo caricare i condensatori.

Domande tipiche dell'orale, come influenza la variazione del clock, quanto deve essere grande il condensatore ecc..

08.03.2022

3h



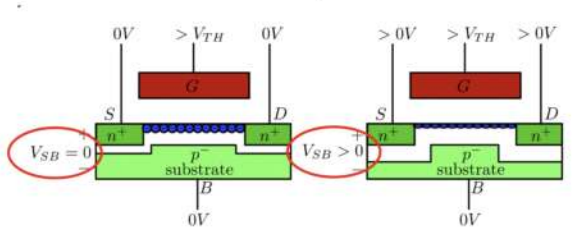
Nei CMOS è un po' più facile creare mos rispetto ai diodi perciò possiamo creare la charge pump con una serie di transistori. (Mos o OFF o in saturazione)

La corrente in un transistor non ha un andamento ripido come quella di un diodo ma è meno.

In questo circuito quello che era  $V_D = 0.7$  dei diodi adesso è diventato lo  $V_{DS}$  dei mosfet. (Ma dato che noi lavoriamo con correnti bassissime allora  $V_{DS} \approx V_T$  e allora noi consideriamo  $V_{TH}$  come drop del transistoro)

Ma noi abbiamo un problema con la tensione di soglia, dato dell'effetto di body

The Body Effect:



When  $V_S > V_B$ , the depletion width of the pn junction increases. That makes it more difficult to create a channel with the same  $V_{GS}$ , effectively reducing the channel depth. In order to return to the same channel depth,  $V_{GS}$  needs to increase accordingly.

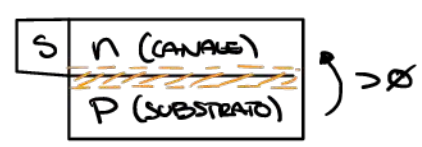
The Body Effect can be seen as a change in threshold voltage and it is modeled as:

$$V_{TH} = V_{T0n} + \gamma \left( \sqrt{2\phi_f + V_{SB}} - \sqrt{2\phi_f} \right)$$

Noi assumiamo sempre che il source e il bulk siano alla stessa tensione

Cosa succede quando il source è + positivo del bulk?

In modo molto semplice fatto è quello che succede in una giunzione N/P



Se la tensione sul source cresce ho che la giunzione è biasata al contrario, quindi mi si crea una zona depleta

Questa zona depleta fa sì che il mio canale di conduzione del mosfet vada a calare il numero di elettroni.

Perciò se noi volessimo lo stesso numero di elettroni nel canale dovremo

mentre la tensione  $V_{ds}$  (lo vediamo come un aumento di  $V_{th}$ )  
 Capiamo quindi che la tensione di soglia non è un valore costante.

Noi non colleghiamo bulk in corto con il bulk perché dipende dalla tecnologia e questo fa sì che  
 A noi l'effetto di body non va bene per un certo perché dato che stiamo usando  
 una charge pump abbiamo le tensioni di source molto alte e quindi alla fine  
 avremo tensioni di soglia molto alte e quindi la formula  $NV_{DD} - NV_{th}$  non vale  
 più (dato che  $V_t$  va ad aumentare + ci avviciniamo all'uscita)

- As the source voltages increase along the chain, the MOSFET threshold voltage  $V_{TH}$  increases by the Body Effect and the ON drop increases, reducing the benefit of the multiplication through N stages:

$$V_{out} = (V_{DD} - V_{TH1}) + (V_{DD} - V_{TH2}) + (V_{DD} - V_{TH3}) \dots = \sum (V_{DD} - V_{THi})$$

- Adding several stages, the terms  $(V_{DD} - V_{THi})$  added in the sum are less and less useful when  $V_{THi}$  increases along the chain.

Allora abbiamo una cosa del tipo

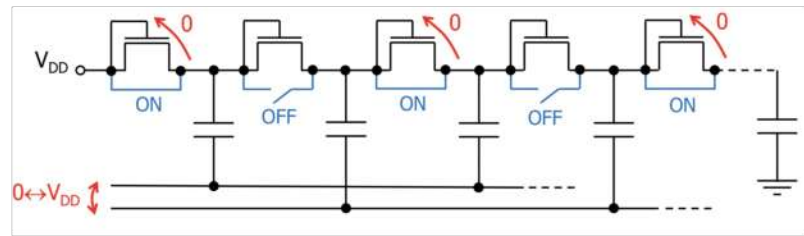
Esisterà un punto nella catena dove  $V_{DD} - V_{th}$  sarà 0 e in quel punto non ho più moltiplicazione e non

ho senso aggiungere ulteriori stadi.

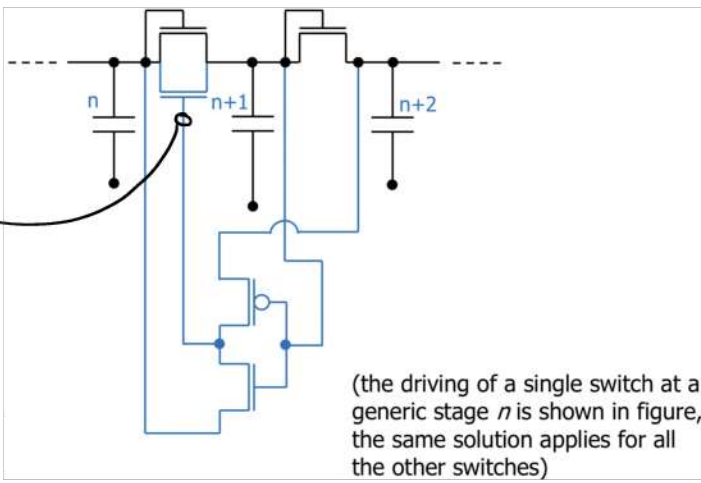
(In particolare non possiamo collegare il bulk in corto con il source perché nella tecnologia standard tutti i mosfet hanno substrate comune e le tensioni di source sono diverse quindi non posso farlo. Potrebbe farlo nella tecnologia double well)

Non ho capito troppo bene ma nei PMOS potremmo collegare source e drain. (Beh)

Ma abbiamo una soluzione, ed è quella di cancellare la threshold aggiungendo un interrupter in parallelo al MOS. L'interrupter sarà ON quando il transistor sarà ON e off quando il mos è OFF.



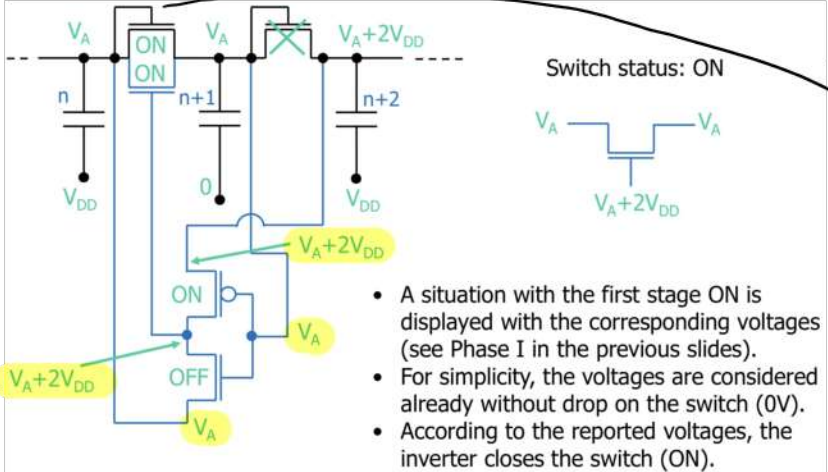
Tutto questo è implementato con un AND



Comando il gate di questo mosfet con un inverter CMOS.

La particolarità di questo inverter è che non ha  $V_{DD}$  e  $GND$  fisse ma le estraiamo in ogni punto della catena moltiplicativa

**INIZIAMO STUDIANDO IL CASO DI ON**



- A situation with the first stage ON is displayed with the corresponding voltages (see Phase I in the previous slides).
- For simplicity, the voltages are considered already without drop on the switch (0V).
- According to the reported voltages, the inverter closes the switch (ON).

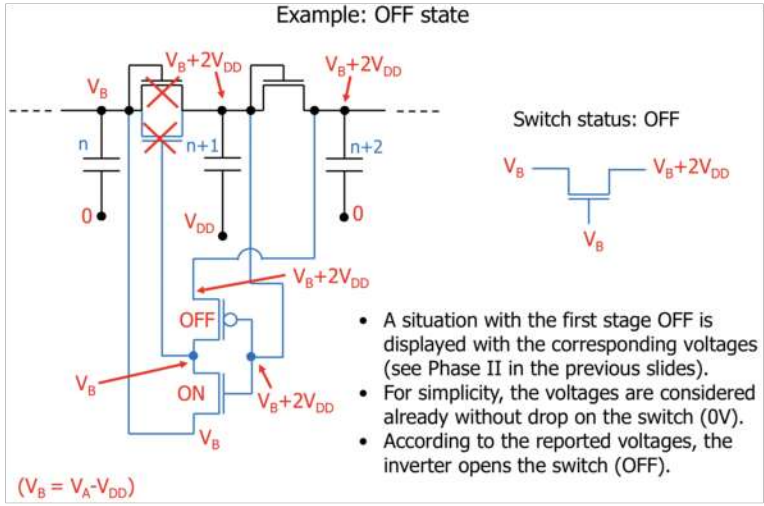
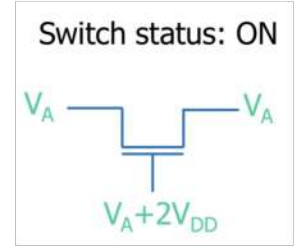
Seppiamo da prima che il transistor è ON quando il condensatore ha la base a  $V_{DD}$ .  
 Noi sappiamo  $V_{th} = 0$   
 Noi sappiamo anche che il transistor seguente è OFF quindi della regola sappiamo la tensione di alimentazione dell'inverter.



Dato che sappiamo le alimentazioni del gate sappiamo che l'NMOS è OFF e il PMOS si trova in ON, perciò l'uscita deve invertire e zetta.

Vediamo adesso cosa succede al nostro switch  
Vediamo subito che il transistor è ON e quindi è come un cortocircuito perciò non abbiamo più la tensione di soglia.

**Stato di OFF**



Stessa cosa di prima solo che succede il contrario

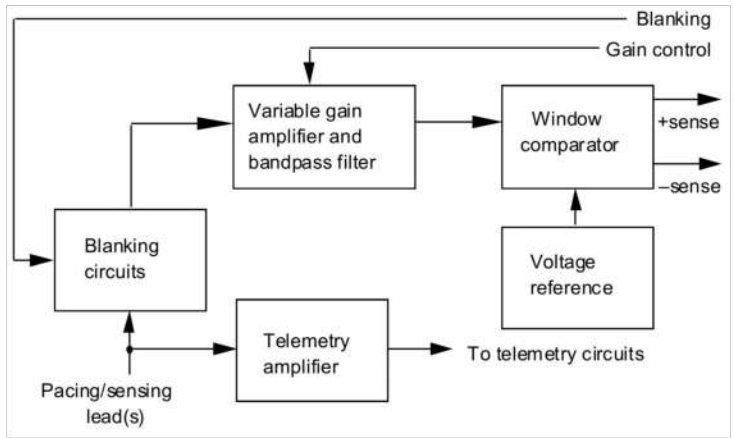
- A situation with the first stage OFF is displayed with the corresponding voltages (see Phase II in the previous slides).
- For simplicity, the voltages are considered already without drop on the switch (0V).
- According to the reported voltages, the inverter opens the switch (OFF).

Abbiamo risolto il problema della tensione di soglia aggiungendo solo 3 transistor per stadio.

Ma a cosa ci serve il transistor ora che lo abbiamo bypassato? (Rispondere da soli a questa domanda, la risposta presumo sia un no ma non so x)  
È perché devo avere le tensioni giuste per far funzionare il gate

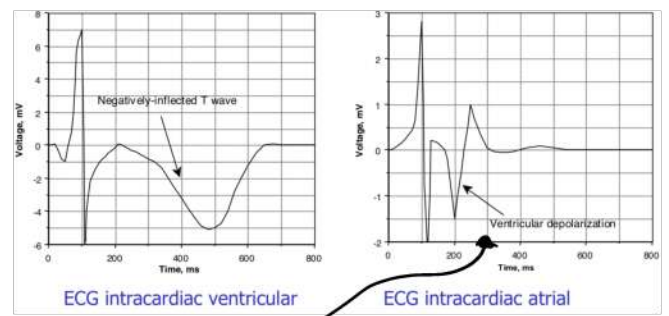
**SENSING AMPLIFIERS NEL PACEMAKER**

Ricordiamo che il pacemaker è in una posizione top per leggere il cuore.

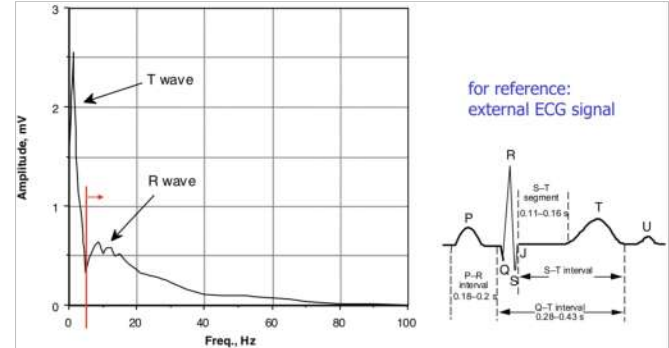


il blanking circuit serve per scartare la lettura quando formiamo gli impulsi

Abbiamo poi un amplificatore e un comparatore per "digitalizzare" gli impulsi.

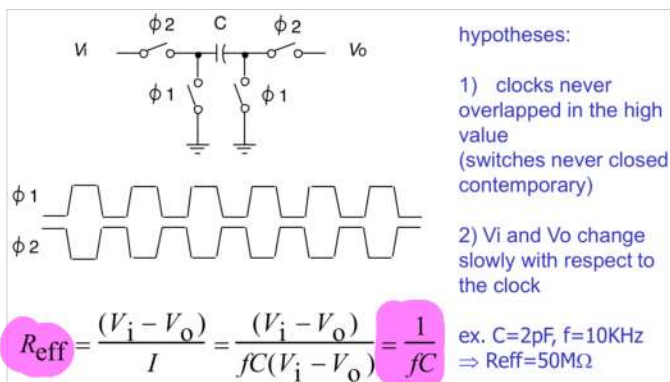


Qui abbiamo 2 esempi di impulsi analogici ricavati in 2 punti diversi del cuore  
vediamo che nell' ECG intracardiac atrial abbiamo un eco dato dall' impulso nell' ventricolo intracardiac



Lo spettro di un segnale cardiaco è molto localizzato a basse frequenze per fortuna.

La maggior parte degli amplificatori oggi si basa sulla tecnica degli switched capacitor da servono ad implementare resistenze di valore molto grande



Questo perché creare resistenze di un valore molto elevato è un problema nei circuiti integrati.

Quando chiudiamo phi 2 carichiamo il condensatore con  $Q = C \cdot V_i$ , poi apriamo phi 2 e chiudiamo phi 1 da cui scende la carica a terra.

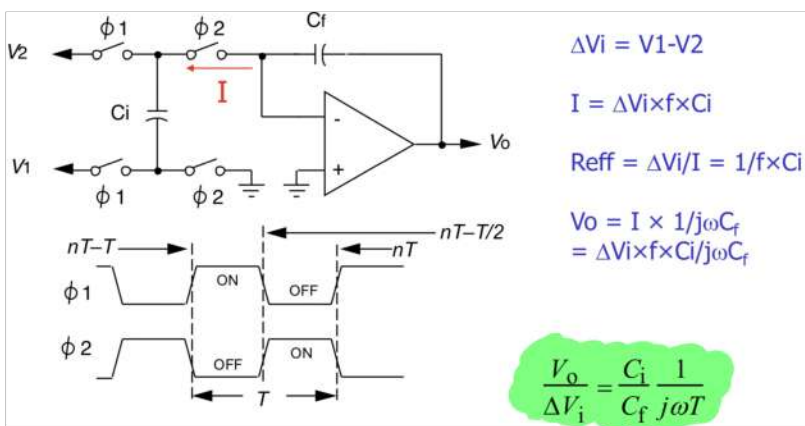
Se la tensione ai capi del condensatore è costante (o lentamente variabile) allora posso vedere una corrente media che passa attraverso il circuito la quale avrà valore  $I_{AV} = Q/T$

cioè la carica sul periodo. Dato che abbiamo questa corrente media posso calcolarmi una resistenza effettiva con la legge di Ohm.

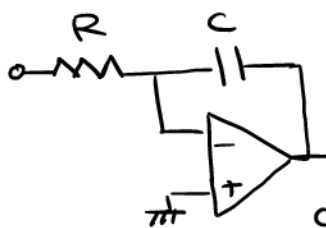
Nella realtà è tutto un po' più complicato dato che se la tensione ai capi del condensatore non è costante in tutto un ciclo perché la definizione di corrente media vale un po' a cadere.

Arrivando anche in questo caso al Teorema di Nyquist per il campionamento ( $f > 2f_{sig}$ ) perciò il tutto funziona se almeno il clock è 2 volte la frequenza del segnale.

### Integratore ideale



che non è altro che

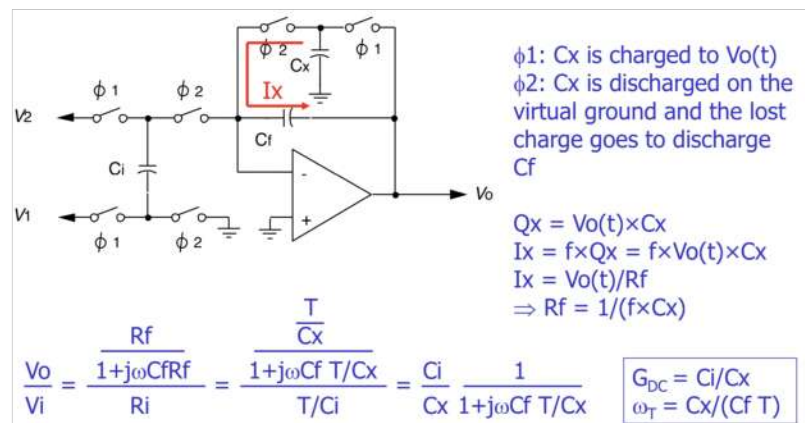


In realtà questo circuito ha pure un lato negativo rispetto a quello con switched capacitor

Perché è wipolze.

Quando chiudiamo phi 2 il condensatore è tra terra e terra virtuale quindi la rete è dedicata a quella volta prima del switched capacitor. In questo caso però la corrente scorre nel secondo condensatore.

### Integratore reale



Abbiamo una resistenza in più messa sul feedback.

Questa resistenza è fatta da soli 2 interruttori e Cx.

Per calcolare il trasferimento calcoliamo i valori delle resistenze e le mettiamo dentro al classico trasferimento dell'integratore

$$\frac{R_f}{1 + s R_f C_f}$$



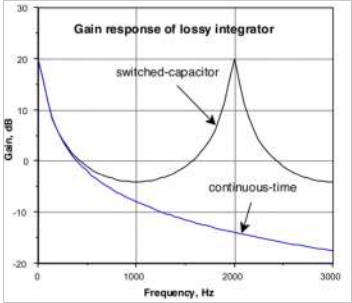
Posso anche vedere che la parte di circuito con  $C_x$  implementa una resistenza perché va a scendere il condensatore  $C_f$ . Questo è quando chiudo  $\phi_1$  e chiudo  $\phi_2$  e ho che  $C_f$  si scarica attraverso la terra virtuale su  $C_x$  perché da altre parti non passa corrente questo fa scendere un po' la tensione ai capi di  $C_f$  e quindi  $V_o$  dato da  $V_{in}$  e a terra virtuale. Ma attenzione se  $\phi_2$  è chiuso allora è chiuso anche il  $\phi_2$  del circuito d'ingresso ma quindi perché la corrente  $I_x$  non va sul condensatore  $C_1$ ? Perché il condensatore  $C_2$  è fra terra e terra virtuale e quindi anche.

Se noi guardiamo il trasferimento ingresso uscita del circuito a switched allora

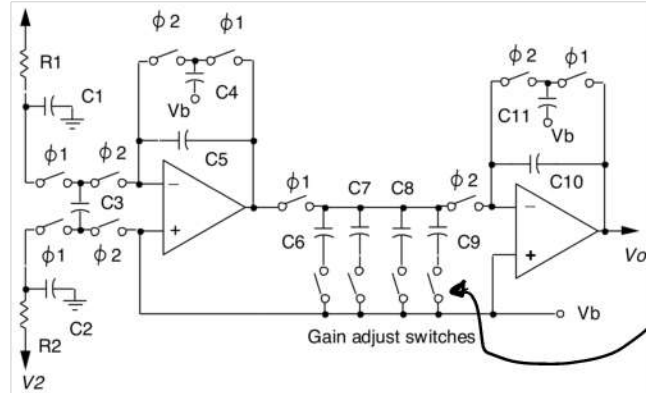
$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{C_1}{C_x} \cdot \frac{1}{1 + s C_f \left(\frac{I}{C_x}\right)}$$

Vediamo che il guadagno dipende dal rapporto di 2 capacità. Questo ci va da ciò perché nei processi CMOS i valori assoluti delle capacità sono estremamente inaffidabili.

Questa cosa ci va molto bene anche per la frequenza del polo e inoltre il polo è mobile variando la frequenza di clock.



Qui vediamo il trasferimento di 2 integratori, uno normale b/w e uno a switched cap. Vediamo che per un segnale d'ingresso a 2kHz l'integratore è ok fino a circa 1kHz per  $V_o$ . Vediamo un secondo effetto che avviene dovuto prima con Nyquist.



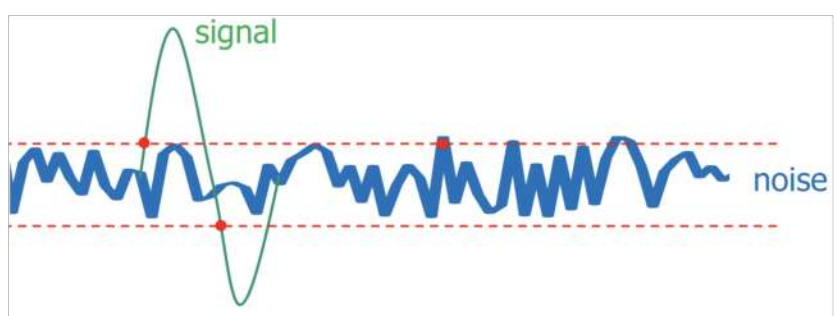
Possiamo permettere in cascata due stadi integratori per avere uno sharp cut-off (pendenza di -40dB/dec)

Questi switch non fanno parte del switched cap. servono solo per decidere se avere + o meno capacità per gestire l'amplificazione.

10.03.2022

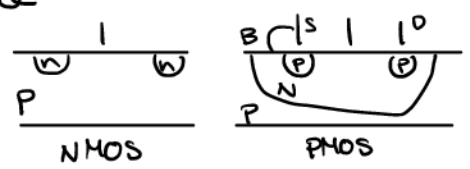
2h

COMPARATORI



Signal detection is based on the crossing of two comparator thresholds, positive & negative (or viceversa). This makes signal detection robust against the noise, which more likely will cross one threshold only.

(NOTA ESTERNA: XE' NON USIAMO transistori pmos per la charge pump? Per come sono microfabbricati i pmos sono isolati nel loro well e quindi sono isolati nel loro substrate e potete collegare body e source



è una soluzione interessante ma non viene usata perché qui ho ancora UT)



Dopo un sensing amplifier vogliamo generare dei segnali digitali e per questo usiamo dei comparatori.

Tipicamente usiamo un comparatore a finestra (trigger di switch) e lo usiamo perché è più robusto contro il rumore.

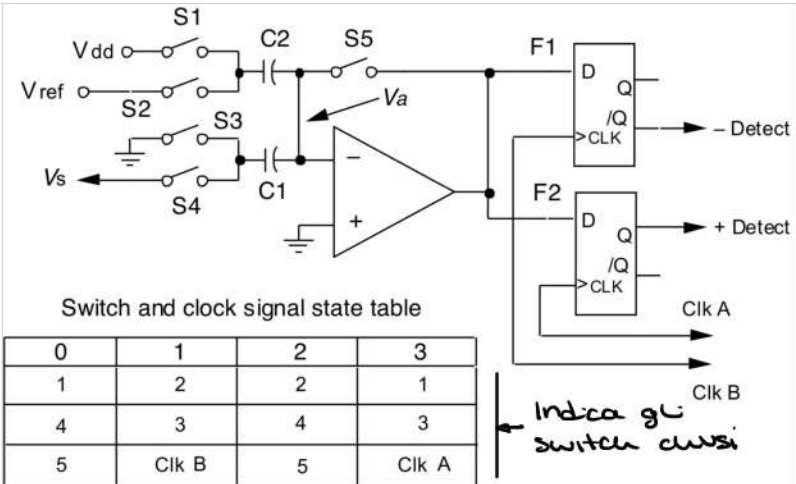
Un tipico comparatore a Opamp a noi non piace molto perché consumano corrente statica (cioè abbiamo corrente che scorre nei resistori del feedback positivo)

Però noi usiamo un circuito così:

Usiamo un amplificatore e 2 flip-flop. Con questo circuito abbiamo sì corrente di bias dei amplificatori ma molto bassa.

Vediamo che l'amp può funzionare in 2 stati. Se S5 on abbiamo un buffer (2 noi ci interessa solo per mettere il pin di C1 a terra)

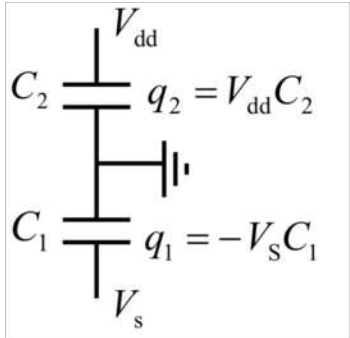
Se S5 è off abbiamo che ho un comparatore base che vede se la tensione su C1 è  $\geq$  o  $<$  di  $\emptyset$ . Con i 2 flip flop per noi dice se sono sopra o sotto la threshold.



Il circuito opera in 4 fasi periodiche

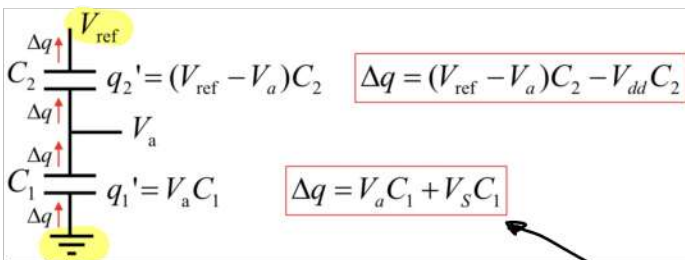
o) S5 chiuso (terra virtuale), S1 chiuso e S4 chiuso

Abbiamo quindi una condizione di questo tipo  $\rightarrow$  Possiamo calcolare le cariche nei 2 condensatori la carica su C1 è negativa perché consideriamo la tensione + positiva quella sulla terra virtuale quindi abbiamo  $-V_s$ .



1) S5 aperto, S1 aperto, S3 aperto e chiudiamo S3 e S2

La tensione quindi non è più legata alla terra virtuale. Abbiamo nuovi contenuti di carica nei condensatori, che dipendono da Va



Dato che il nodo di Va è alta impedenza abbiamo che la carica che perde un condensatore deve essere presa dall'altro. L'unica nostra variabile che ci manca è Va e per noi possiamo calcolarla

$$V_a = C_2 \frac{(V_{ref} - V_{dd})}{(C_1 + C_2)} - C_1 \frac{V_s}{(C_1 + C_2)}$$

Se noi vogliamo  $V_a > \emptyset$  allora abbiamo che il segnale d'ingresso deve essere

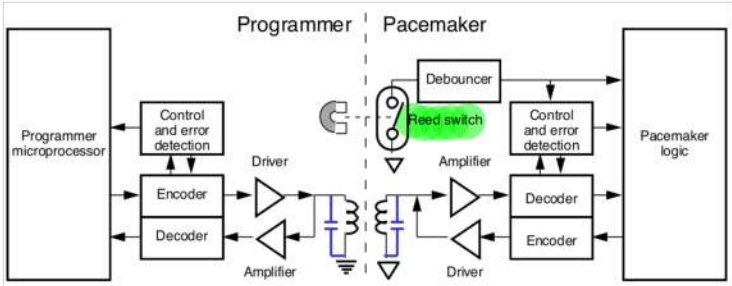
$$V_s < - \frac{C_2 (V_{dd} - V_{ref})}{C_1} \text{ negative threshold}$$

Le due sequenze fanno la stessa cosa ma la fanno per avere la positive threshold.

$$V_a < 0 \quad V_s > \frac{C_2(V_{dd} - V_{ref})}{C_1} \quad \text{positive threshold}$$

Una cosa cui dobbiamo stare attenti è quella di mettere ad alta impedenza la prima di cambiare le tensioni di alimentazione perché se facciamo il contrario non ce la distribuzione di carica non rimane più. (perché viene prima)

### Telemetria

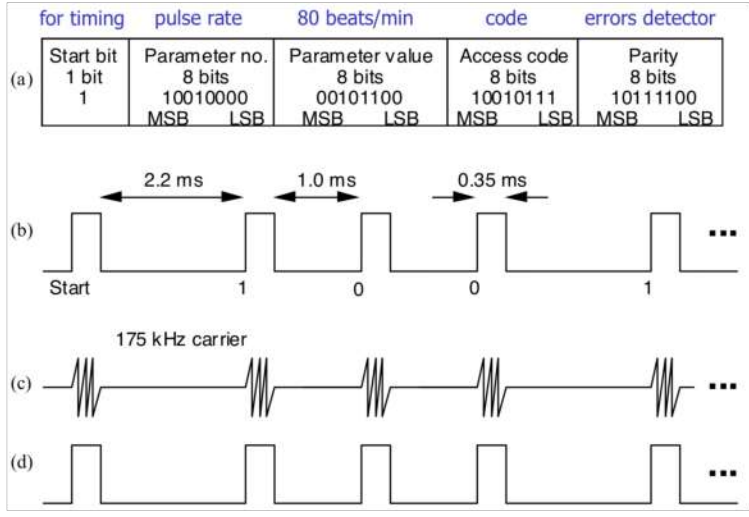


Modo in cui con il pacemaker posso comunicare con il mondo esterno

Tramite un contatto reed il pacemaker sa quando entrare in programmazione.

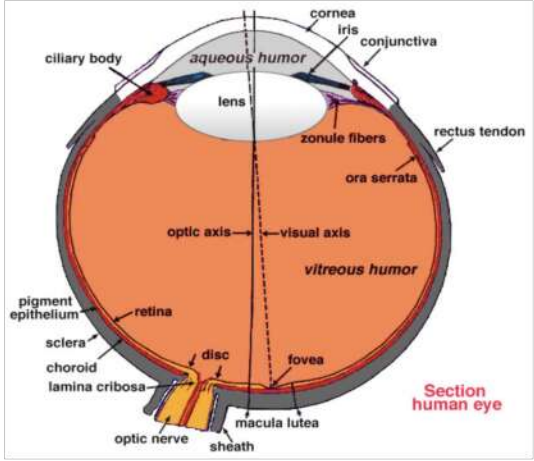
Esempio di comunicazione usata per riprogrammare il pacemaker. Ovviamente quando programmo il pacemaker questo deve continuare a funzionare.

I bit sono codificati dalla distanza tra 2 fronti di salita. Perciò ovviamente il pacemaker deve aprire due finestre d'ispezione.

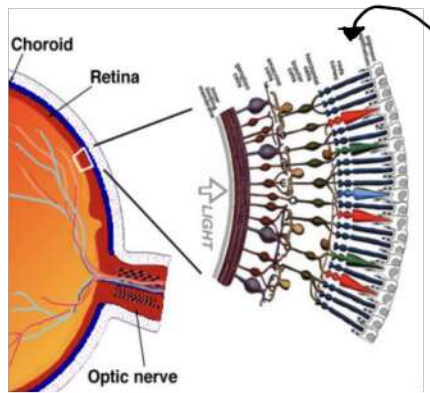


### Elettronica per la visione artificiale

Un array di elettrodi viene impiantato nella retina che vengono usati per stimolare la retina vicino al nervo ottico. In pratica ho una camera esterna che tiene in parte radio mandando immagini a questo array di sensori. (che hanno pochi pixel, tipo 100 ÷) Infatti l'obiettivo non è che un'immagine perfetta.



Questa è l'anatomia dell'occhio

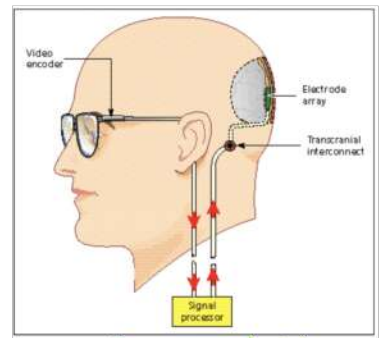


Vediamo che i fotorecettori non sono al primo livello della retina ma sotto. Poi una volta ricevuta la luce mandano il segnale elettrico sul bordo della retina.

Abbiamo 3 famiglie di protesi, noi siamo un focus sull'epiretinal prosthesis che ha la caratteristica di essere piazzata sulla superficie della retina. Capiamo quindi che con questa tecnica noi bypassiamo i fotorecettori e l'altro layer di cellule (quelle che passano i segnali tra i fotorecettori e la retina)

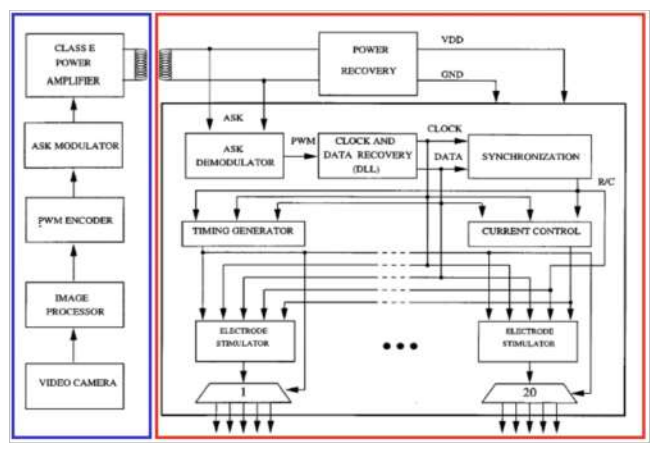
Un'altra famiglia è la subretinal prosthesis. Consiste in un array di photoreceptors dove c'è i fotorecettori. Questa soluzione sembra + diretta di quella sopra ma l'operazione chirurgica per fare questo è molto complessa.

L'ultima famiglia è la cortical prosthesis, in pratica noi andiamo sull'occhio ma andiamo direttamente nella corteccia del cervello. Si usa questa protesi quando il nervo ottico è molto danneggiato.



il sistema che noi svilupperemo è il sistema MARC che è una protesi subretinica.

Sfortunatamente dobbiamo fornire sempre un action potential solo alle stz volte lo facciamo all'occhio. Solo che tutto questo è un casino perché noi non abbiamo una batteria e il sistema è ancora meno accessibile del pannello.



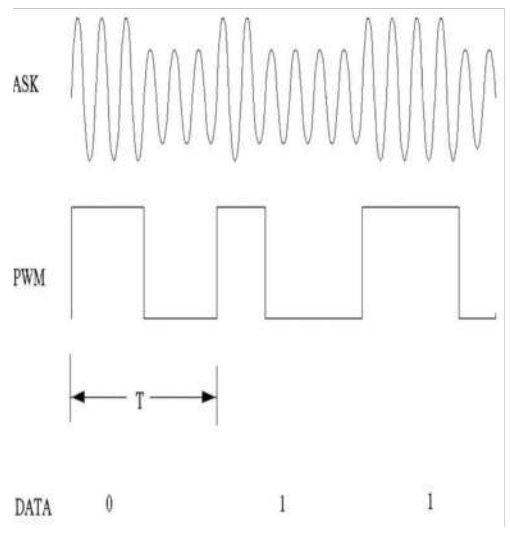
Esempio di come è costruito un sistema di visione artificiale.

L'immagine per ogni pixel ha 16 velen di grigio (4 bit) e poi l'invia.

11.03.2022 3h

### Schema di Encoding

Le immagini vengono fornite come una serie di bit e questi bit vengono usati per modulare una portante.

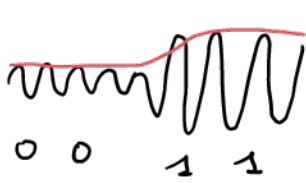


Abbiamo una onda quadra e il duty cycle dell'onda varia se abbiamo un 1 o un 0. Gli zeri vengono encodati con duty cycle 50%-50% mentre gli 1 con tipo ON 40% OFF 60%

Facciamo così perché la portante sarà anch'essa modulata con questo duty cycle. Questo è utile perché della portante noi prendiamo pure l'energia e per fare ciò noi dobbiamo rettificarla (e quindi farne una media)



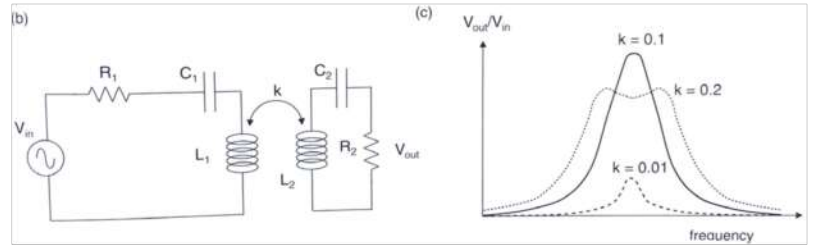
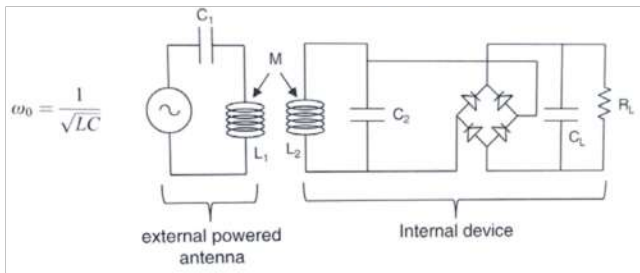
Se riusciamo a modulare con ampiezza minima e 1 con massima allora avremo



La rettificazione farà così ed avrà uno shift della tensione DC e 2 Hz ma non piace per nulla questo. Perché vorremo DC costante

Se ho come facciamo noi abbiamo che la tensione rettificata sarà costante e questo ci piace perché vogliamo l'alimentazione costante

## Wireless power transfer

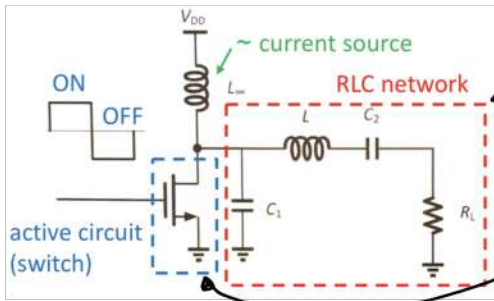


Abbiamo un circuito che oscilla a  $\frac{1}{\sqrt{LC}}$  e un secondo circuito che oscilla alla stessa frequenza.

Una cosa importante da vedere in questi circuiti è la corrente dell'induttore perché è quella che genera le onde elettromagnetiche.

I circuiti attivi vengono classificati con lettere A, B, C, D, E... in base all'efficienza del circuito stesso.

## AMPLIFICATORI CLASSE E

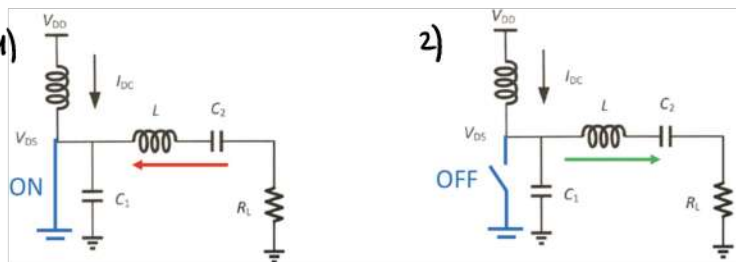


è un circuito estremamente efficiente

Questa è la parte oscillante del circuito

Abbiamo poi questo mosfet come circuito attivo. il mos è usato come interruttore.

Il RFC è quello che ci dà la corrente di rfc per tenere attiva l'oscillazione della rete RLC.

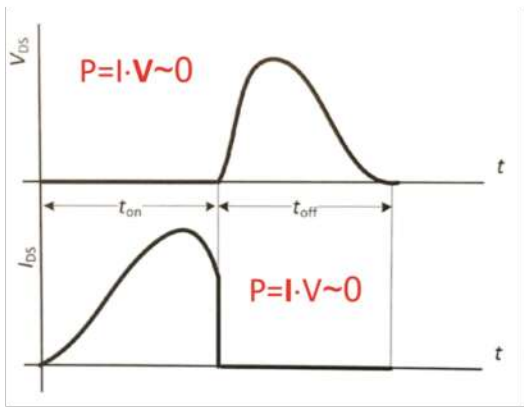


Quando il mos è ON la corrente del rfc viene buttata tutta a terra

Poi quando il MOS è OFF la corrente del rfc viene mandata nella rete (questo avviene nel momento esatto 2 pi)

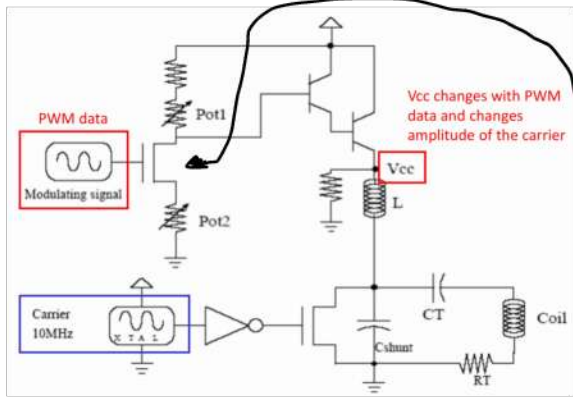
senza. Questo succede perché io comando il circuito alla stessa frequenza del mio circuito RLC.

Andiamo adesso ad analizzare la potenza dissipata.



Utile che quando il transistor è ON ho corrente che scorre nel transistor ma detto che il MOS è come un corto la tensione ai suoi capi è 0 quindi la potenza dissipata è 0.

Adesso abbiamo generato la portante ma nel nostro sistema dobbiamo modulare la portante. Come possiamo farlo?

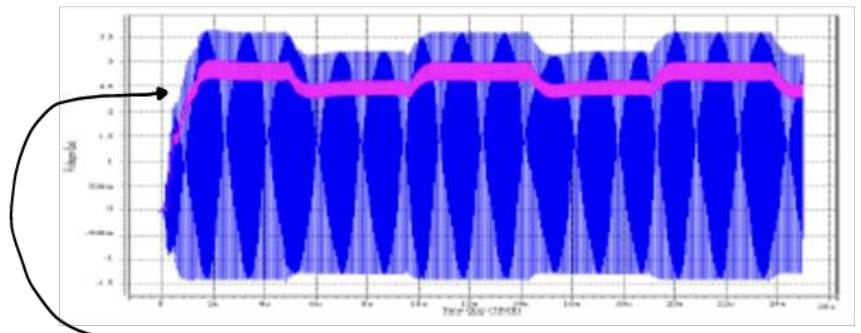
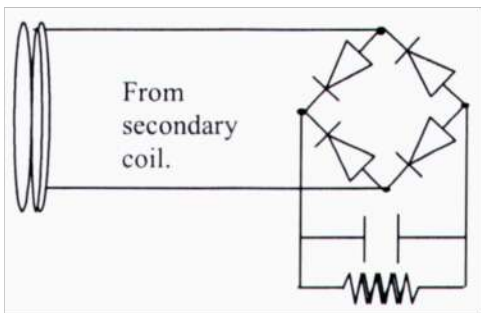


Praticamente noi moduliamo la tensione di alimentazione per poi modulare l'uscita

il primo MOS è un amplificatore mentre il darlington è un follower

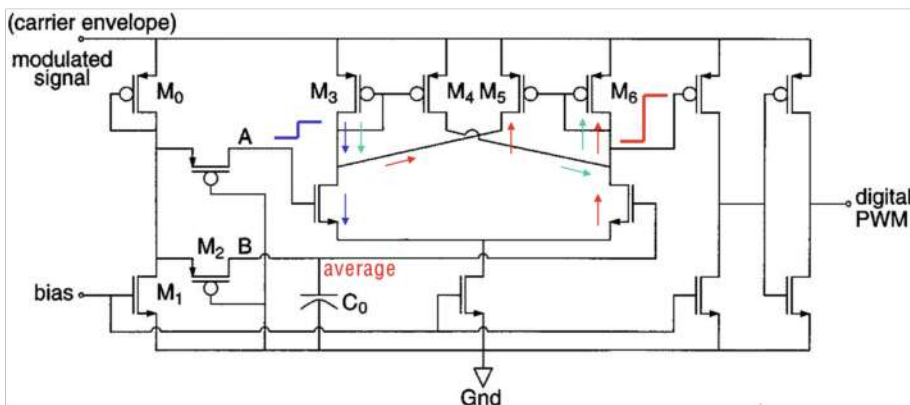
(Non capisco perché sopra ci sia la terra) (mi sa che è VDD per lui)

### Ricaviamo poi la tensione



Facciamo una rettificazione un po' troppo violenta all'inizio così ho ancora i dati PWM più dopo che ho perso i dati rettifico ancora di più il segnale.

### ASK Demodulator

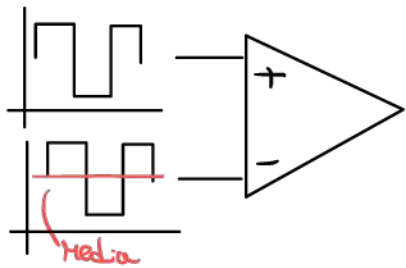


il nostro obiettivo finale è ricavare il valore digitale PWM dalla curva rosa ricevuta con il circuito sopra.

il circuito non fa altro che scegliere la tensione rosa.

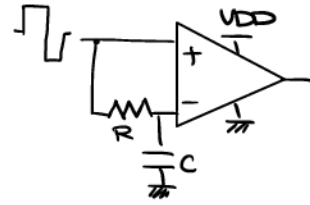
il circuito non è altro che un comparatore tra la tensione rosa ricevuta prima e la sua media.



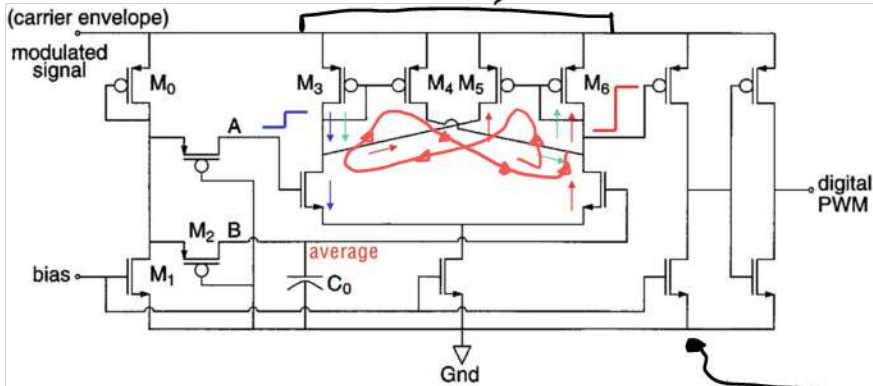


Per fare questo noi mandiamo 2 un terminali la nostra tensione e nell'altro mandiamo sempre la nostra tensione ma la passiamo prima in un LPF.

Quindi una cosa del tipo:



L'input del circuito è la tensione modulata. Ho un transistor in serie a centrare la tensione



Questo è l'opamp fatto con un differential pair

I due transistor M2 implementano un resistore. Perci vediamo che in un ramo ho anche un condensatore e quindi faccio un LPF e poi lo compenso all'altro tensione non filtrata.

Abbiamo che per l'output del differential pair lo mettiamo in un altro amplificatore invertente per metterlo rail to rail.

Nel circuito abbiamo 2 spacci di corrente perciò questo crea un feedback positivo. Infatti vediamo che M6 fa a sua volta uno spaccio della corrente d'uscita. Perci M6 specchia su M5 e la corrente non può andare sul MOS sotto delo che ho il dren e quindi va su M3 che specchia su M4 e che mi riporta tutto su M6 e così via. Ho così un feedback positivo che mi dà più corrente, perciò ho un guadagno più potente in uscita. Questa tecnica è usata nei comparatori quando vogliamo una risposta ultrafast nel comparatore.

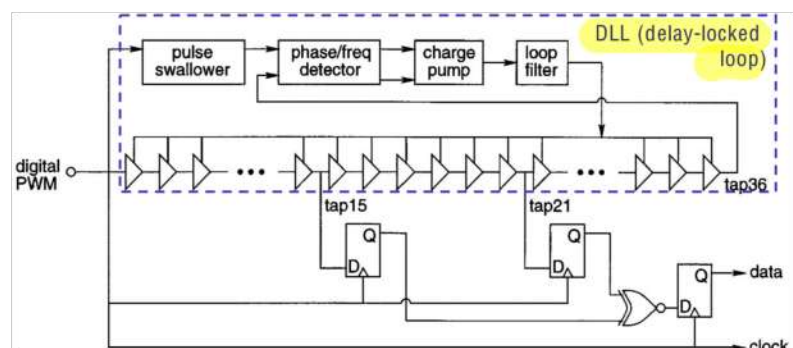
Noi facciamo questo perché aumentiamo il comparatore con nA e quindi se avessimo una risposta normale sarebbe lentissima e quindi noi la rendiamo fast. Potremo velocizzare la risposta anche aumentando gm ma se facessimo così avremmo aumentato anche la corrente e quindi consumi più potenza.

NOTA: Dobbiamo vedere che l'alimentazione del circuito è il segnale modulato questo in un ampli analogico sarebbe un problema ma questo è un comparatore quindi ok.

## Clock e circuito di Data recovery

Del flusso di in PWM dobbiamo ricevere il flusso di bit e il clock.

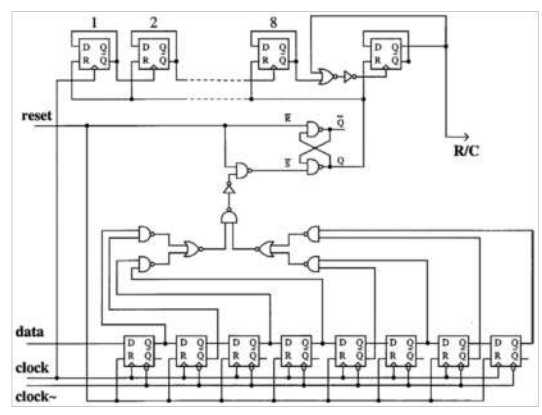
Per ricevere il clock noi prendiamo il fronte di salita dei segnali e Pme.



Per ricevere i dati dal PNM dobbiamo lavorare sul duty cycle. Prima di tutto blocco un periodo intero in un buffer, poi divido il periodo in intervalli e vedo quanto è il duty cycle. Per fare questo noi usiamo questo circuito composto da 36 buffer che danno delay. Noi prendiamo questo segnale ritardato e usiamo un phase detector per checkare il delay tra il fronte di salita del segnale ritardato e quello in ingresso. Quando ho che il phase detector rileva uno sfasamento noi che vario l'alimentazione dei buffer e così vario il loro delay (+ alta è la tensione di alimentazione + i buffer sono veloci). Se vedo che lo sfasamento non è 0 aumento il delay fino a che il delay non è uguale a un intero periodo. Così noi che i fronti di salita tra il segnale ritardato e quello in ingresso sono nello stesso punto. Questo mi fa dire che nei 36 buffer ho un periodo intero perciò in tutti i buffer intermed. ho un pezzo di segnale perciò aumentando i buffer 15 e 21 posso sapere se ho un 1 o un 0. (Scelgo 15 e 21 perché sono un po' prima e un po' dopo la metà, perciò se l'onda porta uno zero, quindi 50% duty cycle quindi gli output tra 15 e 21 saranno diversi. Se invece ho un 1, cioè duty cycle 60% noi che sia 15 e 21 sono 1 e quindi la XOR mi dà 1. I flip flop sono lì per sincronizzare l'uscita con il clock. Dato che noi i flip-flop questi mi danno un delay di 2 cicli di clock in uscita m2 non è un problema.

15.03.2022 3h

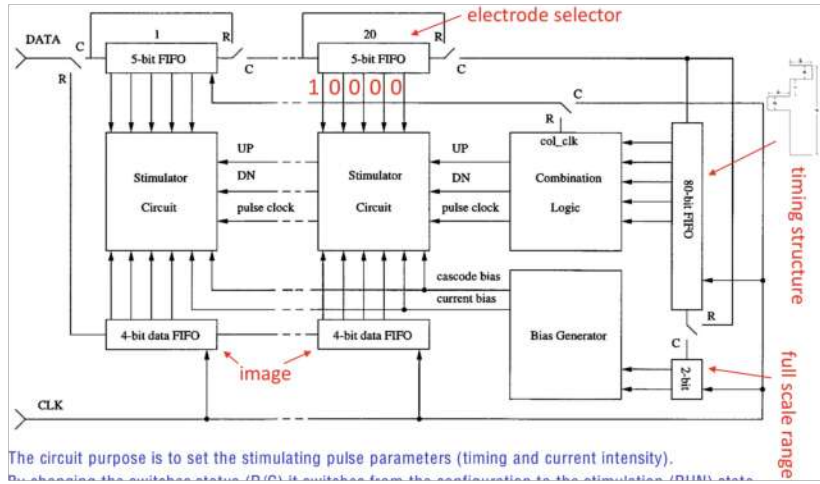
Circuito di sincronizzazione.



il chip funziona in 2 stati diversi, uno di configurazione dove possiamo settare i parametri e uno di funzionamento. Per switchare tra i 2 vedo il flow di dati che mi arrivano e quando trovo una chiave nota cambio stato

← è un circuito che non dobbiamo ricordare.

Vediamo adesso la parte finale del circuito chiamato stimolatore.



The circuit purpose is to set the stimulating pulse parameters (timing and current intensity).  
By changing the switcher status (R/C) it switches from the configuration to the stimulation (P/NM) state.

R=run C=configure

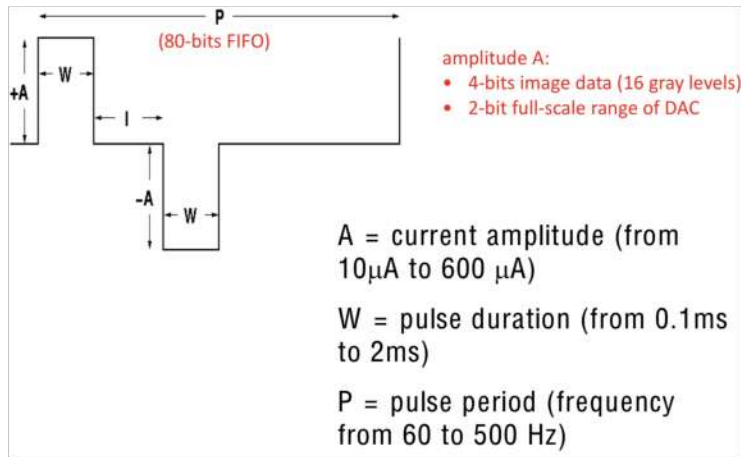
Noi abbiamo solo 20 stimolatori per 100 pixel quindi ogni stimolatore stimolerà 5 elettrodi diversi in sequenza.

Tramite i FIFO lo dico allo stimolatore quale di questi elettrodi stimolare. (In pratica sono degli shift register che in Run sono chiusi ed zero e quindi fanno 1000 → 0100 → 0010 → 0001



Quando siamo in configurazione ho i shift register in serie e quindi li programmo con i bit come fossero un grande registro unico.

Come eccitiamo la retina?



Abbiamo questo tipo di impulso ovviamente solo l'impulso negativo fa parte l'ector potenziale ma facciamo questa struttura d'impulso per rendere carica nella retina nel periodo perché altrimenti se mettessimo sempre impulsi negativi avremo un accumulo di cariche negative.

Le istruzioni sul impulso vengono scritte in un shift register.

Queste istruzioni scritte in un registro vengono mandate in una logica combinatoria che le traduce in segnale su/segnale giù.

Abbiamo poi il Bias Generator che manda il Full scale range per l'impulso, infatti noi dobbiamo ricordare che abbiamo 16 livelli di grigio dell'immagine che mandiamo alla retina ma questi 16 livelli sono relativi ad un Full scale range, io scelgo questo FSR con 2 bit (4 valori di FSR), quindi ho 4 livelli di intensità con cui posso eccitare la retina. (Questo è solo per il range dinamico e non per i 16 livelli dell'immagine).

Con 182 livelli io comando il mio sistema, poi con una chiave metto il sistema in RUN e questo continuerà in modo circolare.

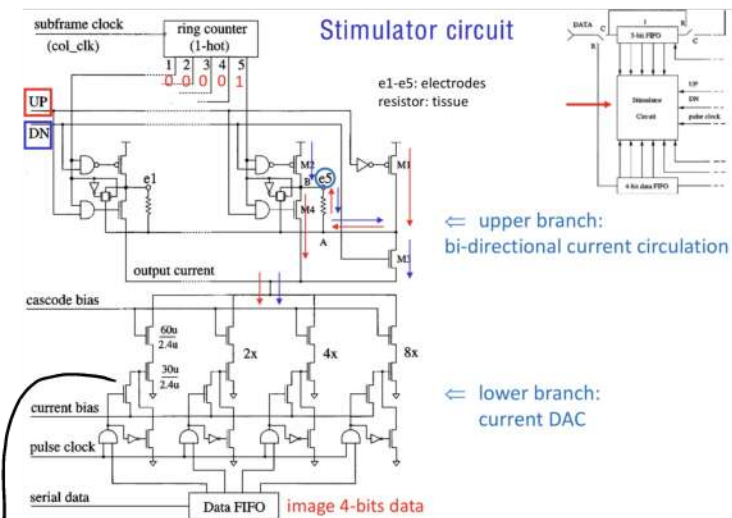
I dati relativi all'immagine entrano in 20 FIFO da 4 bit l'uno (ma questo solo quando siamo in RUN)

Quindi avrò 80 bit che caratterizzano l'immagine. (Non è un caso che io abbia anche 80 bit per il timing)

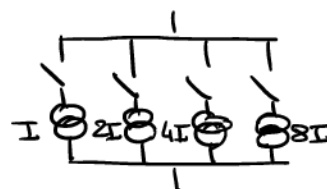
Questi 80 bit saranno uploadati 5 volte e quindi per un'immagine avrò 400 bit.

Qual'è la frequenza a cui posso comandare il tutto perché io percepisco il movimento? So che l'occhio ha una persistenza di 1/50 s allora un ciclo di clock deve essere minore di 1/505.400

## Circuito di Stimolazione



Il circuito è diviso in 2 parti, la parte bassa è un DAC, sperimentalmente una struttura del genere



Nel circuito i generatori di corrente sono fatti con dei commutatori

Questo è un switch che quando è ON mi collega il gate alla tensione di current bias. Questa tensione arriva dai 2 bit di Full-scale range che avremo usato prima.

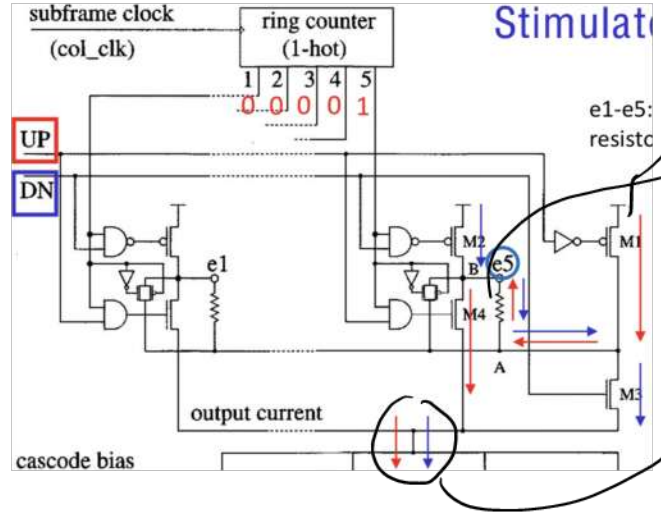
Lo switch è ON quando ho un 1 nello stream di dati e non il clock zero.

Abbiamo poi un cascode sul transistor così miglioriamo la qualità del generatore di corrente.

La parte superiore del circuito invece serve per fare la vera e propria stimolazione.

Devo scegliere di stimolare solo uno dei 5 elettrodi, cioè stimolo l'elettrodo relativo al bit 1 nel shift register.

Dato che noi vogliamo fare un impulso bifasico noi facciamo circolare la corrente in un verso e nel verso opposto.



Quando UP=1 questo PMOS è ON

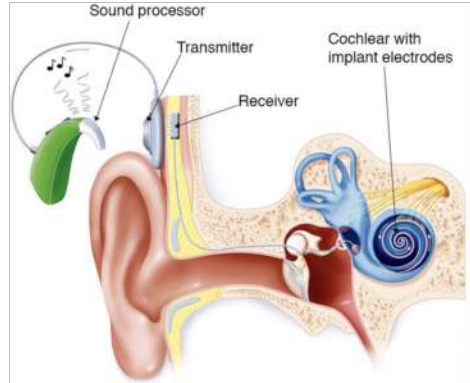
Questo credo sia il tessuto

Quando UP=1 vedo anche che M4 è ON. Quando DN=1 e UP=0 ho esattamente il caso opposto.

Perché le correnti si flippano nel circuito qui non sempre la direzione setting dei generatori di corrente.

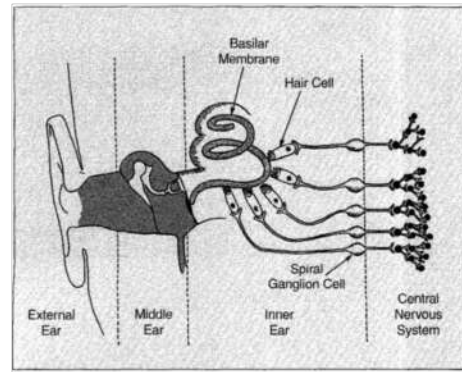
Più dettagli dei circuiti sappiamo meglio è per l'esame orale.

### IMPIANTO COCHLEARE



È una protesi che si applica alle persone quando la cochlea non funziona più.

Anche in questo caso abbiamo un link a radiofrequenza.



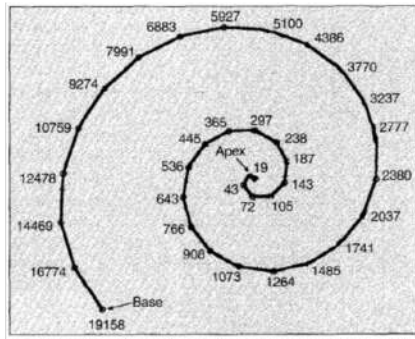
- **Hearing frequency range:** 20-20.000Hz.
- **External ear** picks up acoustic pressure waves, **middle ear** converts them to mechanical vibrations by a series of small bones, **inner ear (cochlea)** transforms the mechanical vibrations to vibrations in fluid.
- Pressure variations in the fluid lead to displacements of a flexible membrane (**basilar membrane**), such displacements contain information about the **frequency** of the acoustic signal.

Ho che il suono crea un displacement della basilar membrane e questo fa piegare le hair cell che rilasciano una reazione elettrochimica che genera il firing nei neuroni.

Quando in un paziente le hair cell non funzionano ho che lui non sente, con questa protesi noi risolviamo il problema.



Una cosa importante da sapere è che la trasformazione tra suono e bending delle neuroni è dipendente dalla frequenza. In particolare nella regione più interna chiamata apex è sensibile alle basse frequenze mentre all'esterno la zona chiamata base è sensibile alle alte frequenze.



▲ 3. Diagram of the basilar membrane showing the base and the apex. The position of maximum displacement in response to sinusoids of different frequency (in Hz) is indicated.

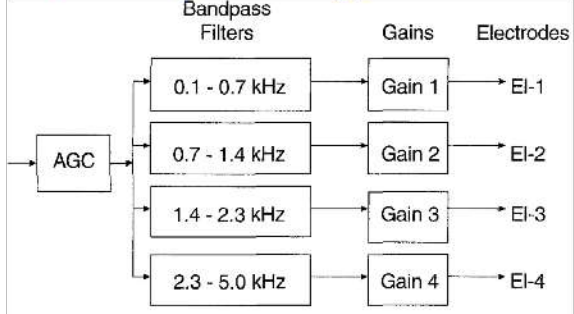
- Basilar membrane is responsible for analyzing the input signal into different frequencies, because different frequencies cause maximum vibration amplitude at different points along the basilar membrane: low-frequencies at the apex, high-frequencies at the base.
- The corresponding hair cells, bent by the displacements, stimulate adjacent nerve fibers therefore to specific frequencies.
- An electrode array can be used so that different auditory nerve fibers can be stimulated at different places in the cochlea

Questo è importante perché la protesi deve eccitare il layer di cellule al range di frequenze specifico.

Ci sono 2 tipi di protesi

- Compressed Analog, è la più facile eccitano gli elettrodi con l'intensità che misuriamo del microfono
- Continuous Intervalled Sampling

### Compressed Analog



AGC: automatic gain control (for signal compression). The filtered waveforms are delivered simultaneously to the electrodes in analog form.

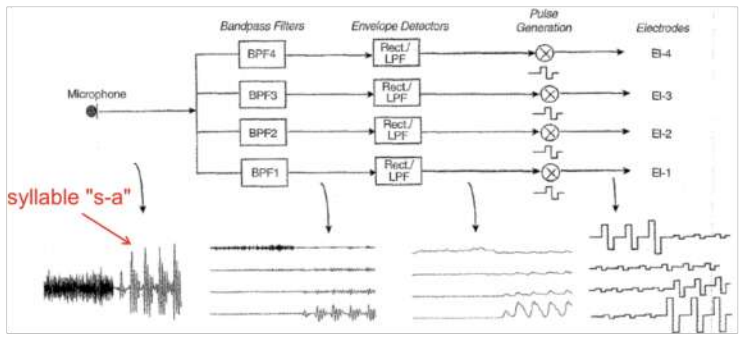
In pratica prendiamo il segnale analogico dal microfono e lo spacciamo in diverse frequenze come faceva l'orecchio e poi andiamo agli elettrodi.

Un sistema reale contiene circa 20 elettrodi.

Caratteristica di questo tipo di protesi è che i segnali vengono mandati simultaneamente a tutti gli elettrodi, ma non è ideale perché

gli elettrodi non sono separati tra loro e quindi mi può arrivare dal segnale dagli elettrodi vicini. Questo mi potrebbe creare delle non linearità.

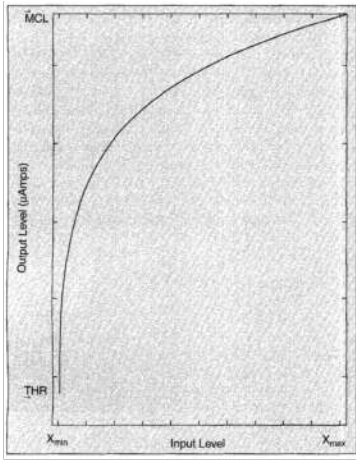
### CONTINUOUS INTERLEAVED SAMPLING



Gli elettrodi non sono stimolati in contemporanea così non ho il crosstalk. il funzionamento è simile al tipo sopra ma il segnale non viene mandato diretto all'elettrodo ma ho un envelope detector che mi dà l'ampiezza del segnale, facciamo questo perché poi abbiamo un pulse generator che mi dà

impulsi brevi la cui ampiezza è proporzionale all'ampiezza ricevuta dall'envelope detector.

Noi abbiamo anche bisogno di effettuare una compressione perché l'orecchio stesso fa una compressione tra suono e segnale elettrico. Se noi non facessimo la stessa compressione nella protesi potremmo creare dei fastidi al paziente.

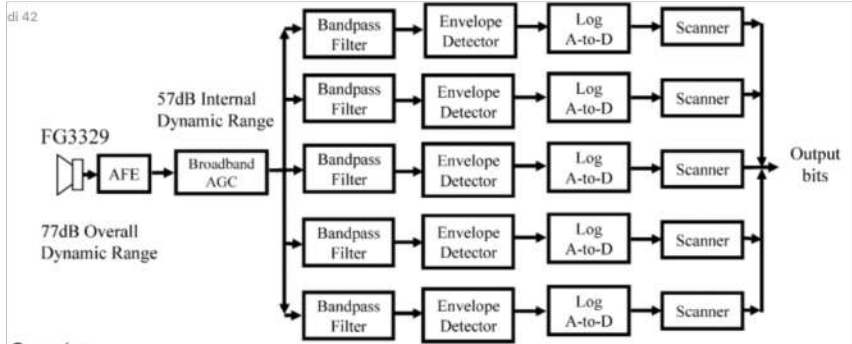


- Compression is introduced while transforming acoustical amplitudes into electrical amplitudes.
- It is necessary because the range in acoustic amplitudes is larger than the implant patient's dynamic range, defined as the range in electrical amplitudes between threshold and loudness uncomfortable level.
- Logarithmic function ( $Y=A \log(x)+B$ ) is commonly used for compression as it matches the loudness between acoustic and electrical amplitudes.

Dobbiamo comprimere il segnale d'ingresso in modo da avere questa compressione logaritmica

Per fare questo usiamo un diodo che elimineremo con una corrente per avere una tensione logaritmica

Un sistema completo è questo:



- Overview:
- 2.8V supply, 211µW power consumption
  - 16 channels, CIS approach
  - JFET-buffered electret microphone + audio front-end (AFE)
  - Automatic-gain-control (AGC) compresses 77-dB input dynamic range to 57-dB internal dynamic range
  - Gm-C bandpass filter + envelope detector
  - Logarithmic dual-slope ADC to provide further compression
  - ADC bits are sequentially scanned by a CIS clock and latched into DACs that control electrode stimulation currents (not here described)

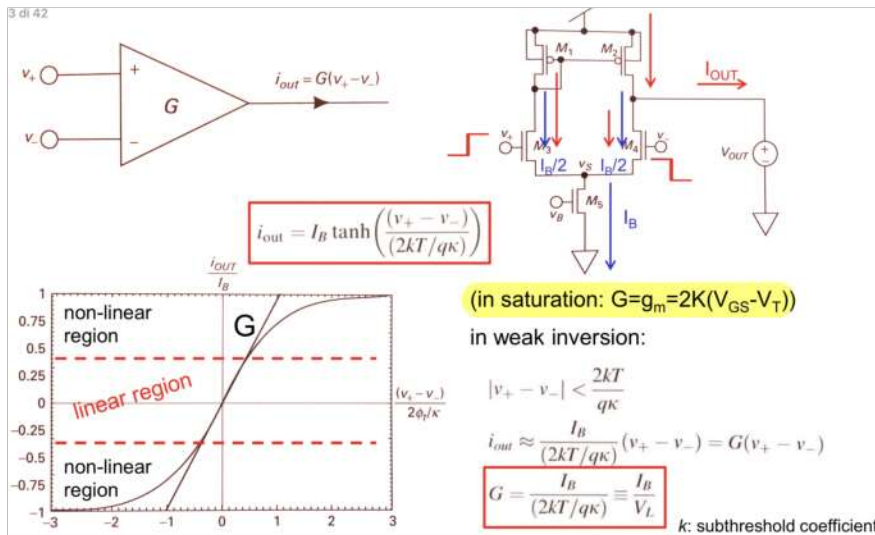
L'AGC è un amplificatore che fa una prima compressione quando il segnale è troppo alto.

Noi non comprimiamo tutto all'input perché siamo abbiamo meno segnale ma lo stesso rumore quindi l'SNR pade.

Però comprimere solo alla fine non è top perché per tutti gli stage deve usare la grande dynamic range.

In questo circuito usiamo anche una trasformazione tra Analogico e Digitale.

### OTA Operational Transconductance Amplifier



Quando la ddp tra gli input è piccola abbiamo che siamo in zona lineare, per grandi segnali ho che il segnale si piega perché tutta la corrente scorre su un singolo ramo.

Noi vogliamo lavorare in zona lineare.

Cosa importante, noi abbiamo quel valore di  $G_m$  solo se siamo in strong inversion ( $V_{GS} > V_{TH}$ ). Ma noi lavoreremo in weak inversion ( $V_{GS} < V_{TH}$ ) perché consumiamo meno potenza. Per  $V_{GS} < V_{TH}$  noi possiamo di avere il mos spinto ma invece no il mos lavora in modo simile a un bjt.

Abbiamo quindi che la corrente d'uscita ha andamento come tangente iperbolica.



$$i_{out} = I_B \tanh\left(\frac{V_+ - V_-}{2kT/qk}\right)$$

non abbiamo più che  $g_m$  dipende dalla tensione di threshold ma abbiamo che dipende dalla thermal voltage.  $k$  è un coefficiente di subthreshold del mosfet.

Se noi facciamo la derivata di  $i_{out}$  e supponiamo  $V_+ - V_- < \frac{2kT}{qk}$

vediamo che siamo in una zona lineare, perciò possiamo calcolare il valore della transconduttanza equivalente.

$$G = \frac{I_B}{2kT/qk} = \frac{I_B}{V_L}$$

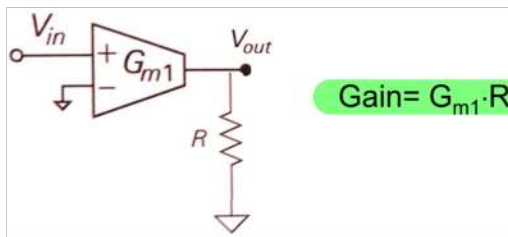
Questo valore è facilmente ricordabile perché  $I_B/2$  è la corrente su un ramo dei transistor e l'altra parte è la thermal voltage divisa per  $k$ , così abbiamo una transconduttanza molto simile a quella dei BJT.

Noi per comprimere il segnale comprimiamo  $I_B$  (diminuiamo) e così  $G$  cala.

17.03.2022

2h

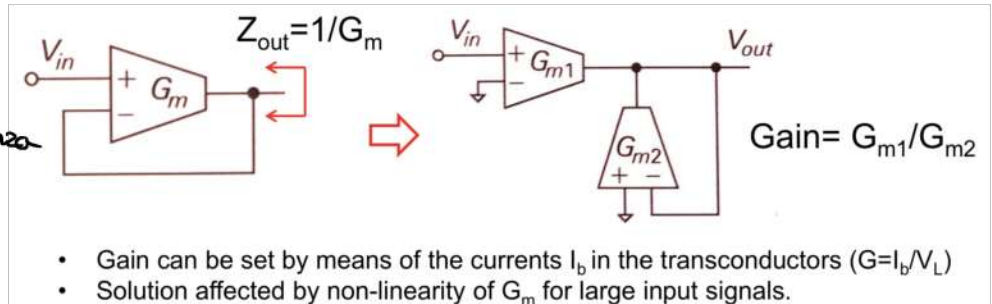
### Gm-R amplifier



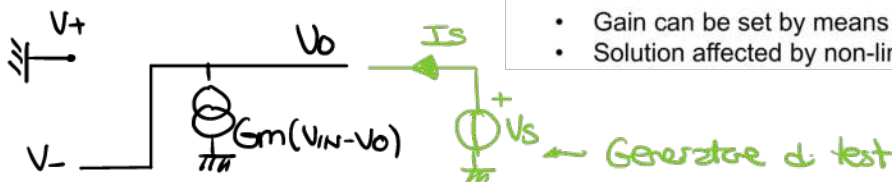
È semplicemente un OTA che da corrente su una resistenza.

Ma il nostro problema nei circuiti integrati è l'implementazione di  $R$  grandi (che vogliamo per avere gain alto)

Allora possiamo usare questa configurazione. Possiamo dimostrare che l'impedenza d'uscita è  $1/G_m$ .

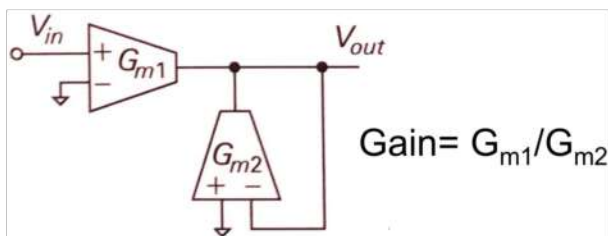


- Gain can be set by means of the currents  $I_b$  in the transconductors ( $G = I_b/V_L$ )
- Solution affected by non-linearity of  $G_m$  for large input signals.



Perciò  $I_S = -G_m(V_+ - V_-)$  ma dato che  $V_+ = 0$   $V_- = V_b = V_S$  allora  $\frac{V_S}{I_S} = \frac{1}{G_m}$

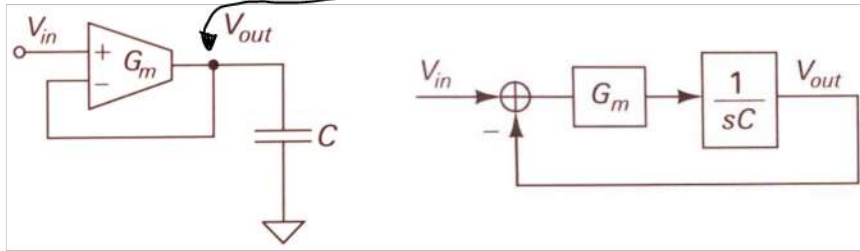
Capiamo quindi che con un OTA posso creare un'impedenza, allora posso fare la  $R$  con un OTA



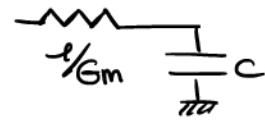
Noi vogliamo  $G_{m1}$  molto grande e  $G_{m2}$  molto piccolo così che il gain sia  $\gg 1$ . Facciamo questo aumentando il secondo OTA con una corrente molto piccola.

## Gm-C filter

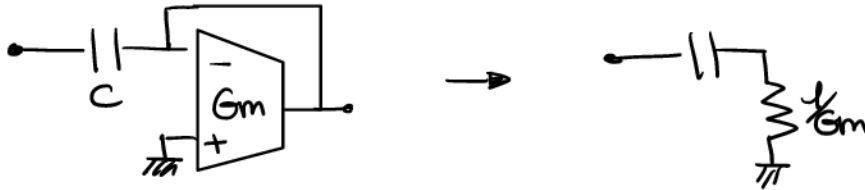
Qui seppiamo che qu abbiamo impedenza  $\frac{1}{G_m}$



È come se in passabasso



Usiamo questo low pass filter per creare i filtri passabasso dell'impianto acustico. Possiamo creare anche un filtro passa-alto.



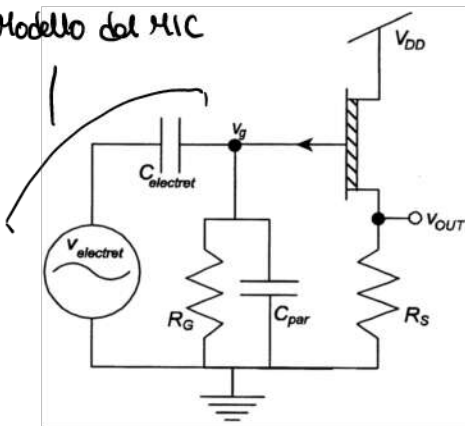
La cosa bella di questi filtri è che controllando la corrente degli OTA controlliamo  $\omega_c$ .

## Preamplificatore per il microfono

Microfono electret: è un microfono a condensatore dove il condensatore è già carico da una carica fissa preinstallata dal produttore. Questo significa che abbiamo già una tensione ai suoi capi.

Quando arriva la voce abbiamo che il condensatore vibra ma dato che la carica è fissa allora varia la tensione ai capi del condensatore.

### Modello del MIC



Per fare il preamp facciamo un source follower.

Questo circuito è molto easy che lo montiamo direttamente nel microfono.

Usiamo un JFET a causa della  $1/f$  noise dato che è minore rispetto a quella dei MOSFET. E anche perché la gate current è particolarmente piccola.



Nel JFET abbiamo una corrente di esce dal gate.

Dobbiamo vedere dove va questa corrente, non possiamo neanche niente perché se no la corrente va a integrarsi sul condensatore aumentando la tensione di gate che poi manderà

la giunzione PN del JFET in forward bias e questo mi annullerà la corrente  $I_g$  stoppando la crescita a rampa del condensatore.

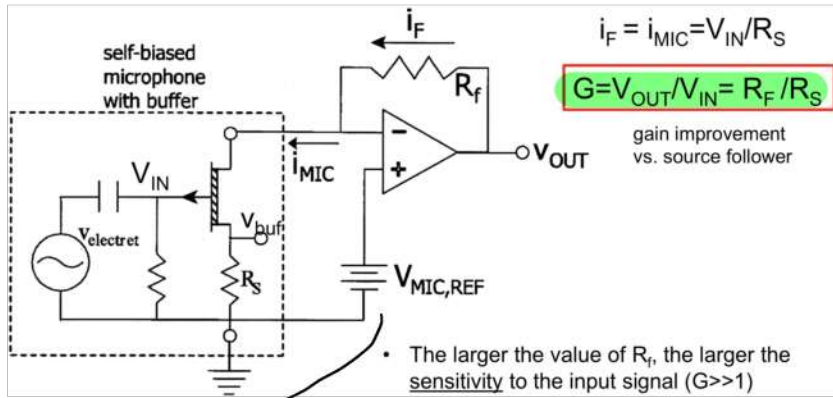
Nella realtà quindi potremo lasciare tutto così e lasciare che il circuito trovi il suo equilibrio. Ma non ci piace troppo.

Allora noi colleghiamo un resistore abbastanza grande al gate del JFET ma non troppo grande in modo che la corrente in DC vada sulla resistenza e dato che la corrente va su  $R_G$  se la caduta è abbastanza piccola possiamo considerare il Gate del JFET a 0V in DC.

Ma non abbiamo 0V sul gate in AC dato che se vediamo il trasferimento dell'input del microfono vediamo che abbiamo un HPF e se  $R$  non è troppo grande ho che il mio segnale passa.



Tuttavia ho dei problemi con questa configurazione. Il primo è che ho guadagno 1 e poi ho che la tensione VDD può essere rumorosa. La tensione di alimentazione rumorosa andrà a accoppiarsi con la tensione d'uscita a causa di  $r_o$  e dei condensatori parassiti. Noi potremo filtrare VDD con un LFF ma se alimentiamo un circuito che consuma molta corrente abbiamo una grande caduta di tensione sulla R del Power supply. Perciò usiamo un'altra configurazione, dove leggiamo la corrente del MOS con un TIA, in questo modo il JFET non è più connesso a VDD.



Noi sappiamo che la corrente è la stessa che avevamo prima nel caso del source follower  $i = V_{IN} / R_S$ .

Tramite il TIA poi possiamo avere un guadagno  $> 1$

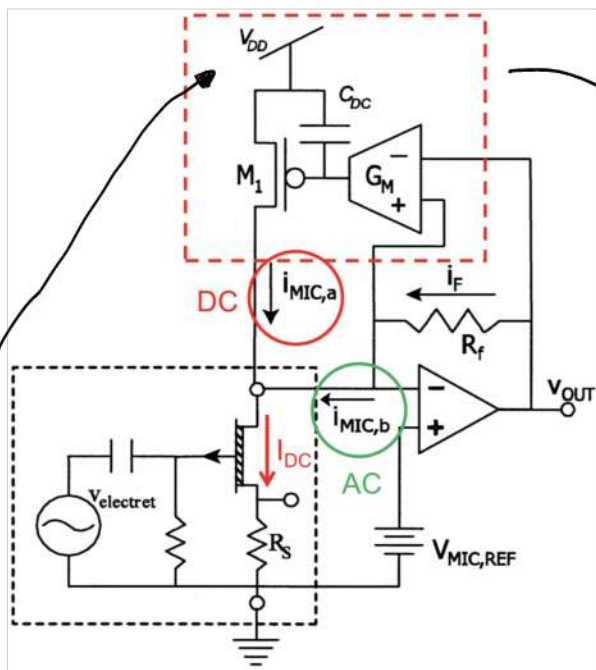
dobbiamo mettere una tensione qui per alimentare il JFET in DC. il grande vantaggio di questo è che  $V_{MIC,REF}$  non consuma praticamente corrente e quindi posso filtrare molto bene l'alimentazione

il problema di questo circuito è che abbiamo anche la corrente di bias oltre a quella di segnale, e se noi questo non piace perché ci satura il TIA.

Tramite questo circuito noi killiamo la corrente in DC che scorre su  $R_f$ .

Abbiamo un OTA che vede la tensione su  $R_p$ . Poi tramite il PMOS creiamo una corrente che vogliamo vederla ed annullare la corrente in DC del JFET.

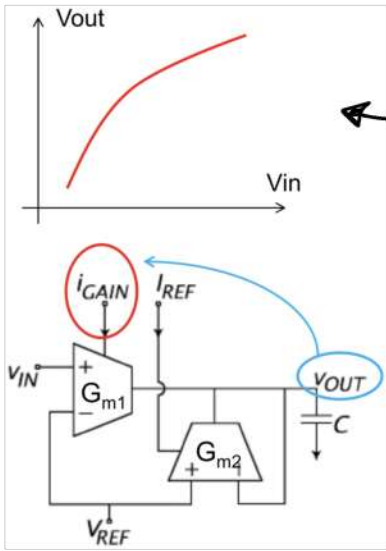
Abbiamo poi un condensatore e dato un abbiamo l'impedenza d'uscita del OTA che è molto alta abbiamo un LFF a basse frequenze e quindi il feedback allora solo a basse frequenze e quindi noi killiamo le componenti in AC quindi il segnale passa.



(Quando  $V_{in}$  è più positivo di  $V_-$  ho  $V_- > V_+$  dell'OTA quindi corrente entra nell'OTA quindi tensione cela  $\rightarrow$  PMOS ON corrente si diminuisce corrente nel TIA quindi feedback negativo)

il rumore di VDD non entra perché il loop lo blocca

# AUTOMATIC GAIN CONTROL



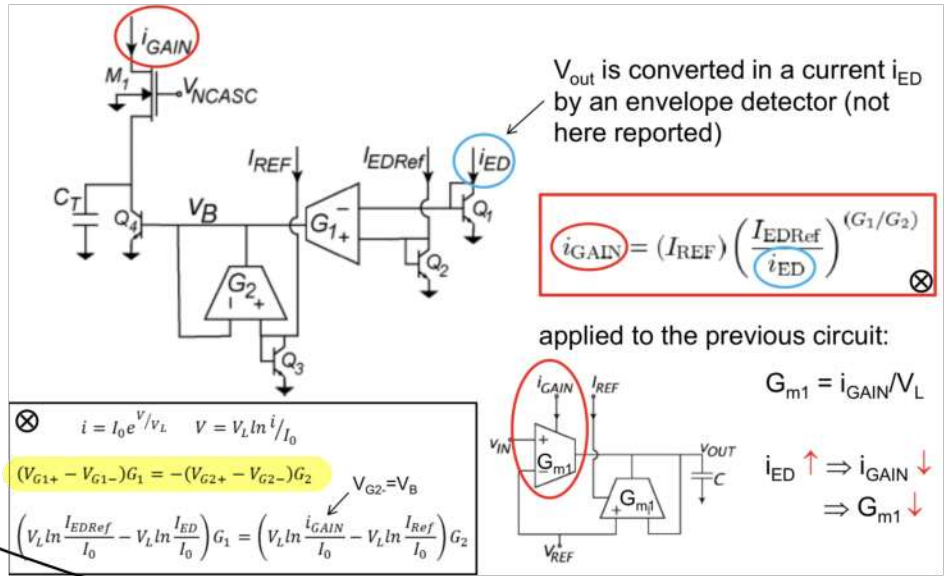
È simile al circuito che abbiamo visto schematicamente.  
 Vogliamo il circuito lineare quando l'input è piccolo ma quando il segnale è grande noi vogliamo saturare per non saturare.

Noi lo implementiamo controllando la tensione di output e controllando relativamente la corrente  $i_{GAIN}$  del primo OTA.

il circuito più completo è:  
 La tensione  $V_{out}$  è convertita nella corrente  $i_{ED}$ .  
 Abbiamo poi una corrente di reference  $i_{EDref}$ .

il più importante di  $G_2$  è collegato su  $V_B$ .

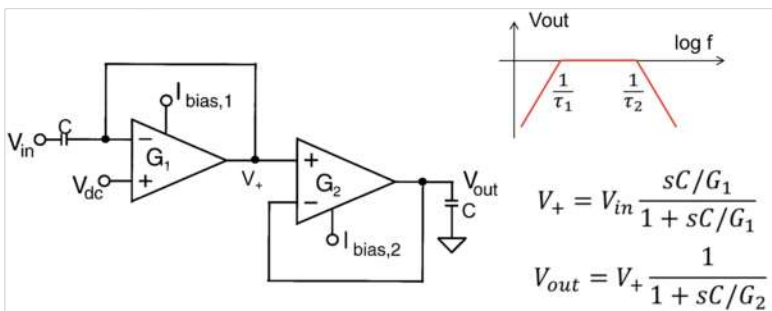
L'obiettivo del circuito è quello di avere una corrente  $i_{GAIN}$  inversamente proporzionale a  $V_{out}$ .



(se sappiamo la dimostrazione del circuito meglio)

È Kirchoff sulle correnti  $V_B$ , credo che le 2 correnti debbano essere uguali e opposte perché sulla base di  $Q_4$  non può scorrere corrente.

## il filtro passabanda



In pratica ho una serie di un LPF e un HPF messi in serie. Questi filtri sono fatti con 2 OTA.

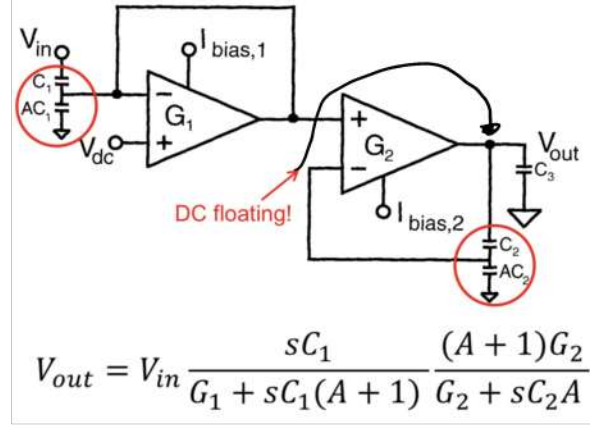
Poi noi variando  $G_1$  e  $G_2$  noi possiamo settare le  $\tau$  dei 2 filtri.

Se mettiamo in cascata due di questi filtri identici abbiamo sempre un passabanda ma con slope a  $-60dB$ .

L'evoluzione di questa topologia è nata a causa della limitazione data da una limitazione degli OTA. Infatti questi hanno un piccolo range dove sono lineari (e tutte le nostre ipotesi si basano sul fatto che sono lineari).

Un modo per risolvere questo problema è mettere un partitore capacitivo tra gli input degli OTA. Così il segnale che arriva all'ingresso è più piccolo.



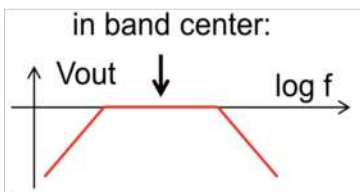


$$V_{out} = V_{in} \frac{sC_1}{G_1 + sC_1(A+1)} \frac{(A+1)G_2}{G_2 + sC_2A}$$

Questo trucco potrebbe farci pensare che noi perfezioniamo il guadagno. Ma non è così dato che i 2 partitori funzionano in modo opposto. Nel caso del primo partitore abbiamo un guadagno grande ma il 2° stage recupera quello che perde il primo.

← Questa è la nostra FDT

Controlliamo il valore della FDT al centro della banda



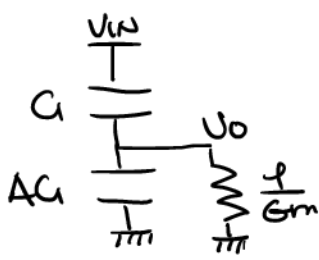
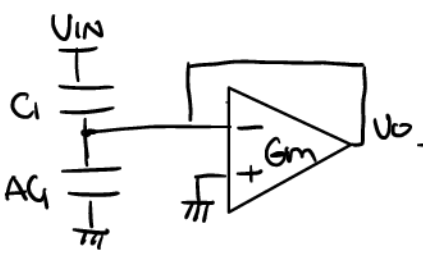
$$V_{out} \sim V_{in} \frac{sC_1}{sC_1(A+1)} \frac{(A+1)}{1} \sim V_{in}$$

as in the basic filter of the previous slide

il primo polo è già andato

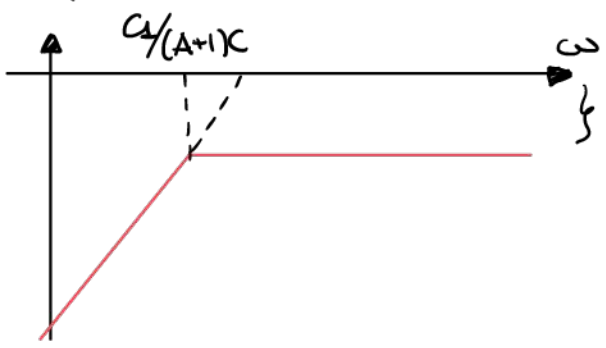
Dato che sono dopo  $\tau_1$  ma prima di  $\tau_2$  semplifico l'FDT e ottengo e a vice che il guadagno è 1, come nella topologia base

Studiamo i circuiti singolarmente

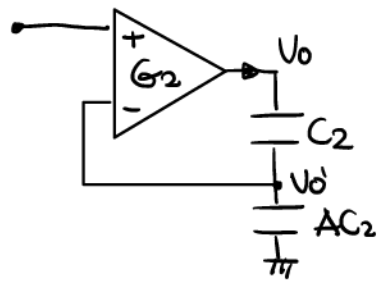


$$V_0 = V_{in} \cdot \frac{\frac{1}{G_m}}{\frac{1}{sC_1} + \frac{1}{1 + sC_1 A / G_m}}$$

Se portiamo il bode di questa FDT otteniamo



Calcoliamo adesso il lowpass filter

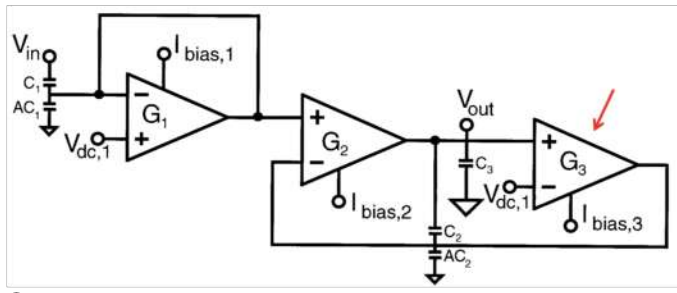


Possiamo partire dal fatto che  $V_0$  è calcolabile con la canale per entrambi i condensatori. per  $V_0$  che  $C = G_2(V_{in} - V_0')$

$$\begin{cases} V_0 = G_2(V_{in} - V_0') \left( \frac{1}{sC_2} + \frac{1}{sC_2 A} \right) \\ V_0' = V_0 \cdot \frac{\frac{1}{sAC_2}}{\frac{1}{sAC_2} + \frac{1}{sC_2}} \end{cases}$$

Come notiamo dall'eq precedente, otteniamo che  $V_{o1} = V_o \frac{1}{A+1}$

Ma abbiamo un problema con questa topologia, infatti il nodo  $V_o$  è in DC floating, cioè non è definita una tensione in DC su di lui.



Per risolvere il problema usiamo un terzo OTA  $G_3$  che serve a stabilizzare la tensione su  $G_2$

L'OTA  $G_3$  ha un loop che fa andare in terra virtuale  $V_{o3}^-$  e  $V_{o3}^+$  e quindi di conseguenza limito anche la tensione sul -.

In fatti se  $V_{out} > V_{dc,1}$  zero che  $G_3$  buttebbe fuori corrente e carica corrente sul condensatore che fa abbassare la tensione ai capi di  $G_2$  facendo uscire una corrente opposta che scarica  $C_3$  e quindi scarica  $V_{out}$ .

Però l'unico punto di stabilità è l'no con la corrente in uscita dagli OTA.

Abbiamo una proprietà strana quando abbiamo un loop con un OTA, prima di tutto abbiamo un cortocircuito virtuale ma l'altro pin non è una terra virtuale, infatti non è a bassa impedenza ma da lì vediamo  $1/g_m$ .

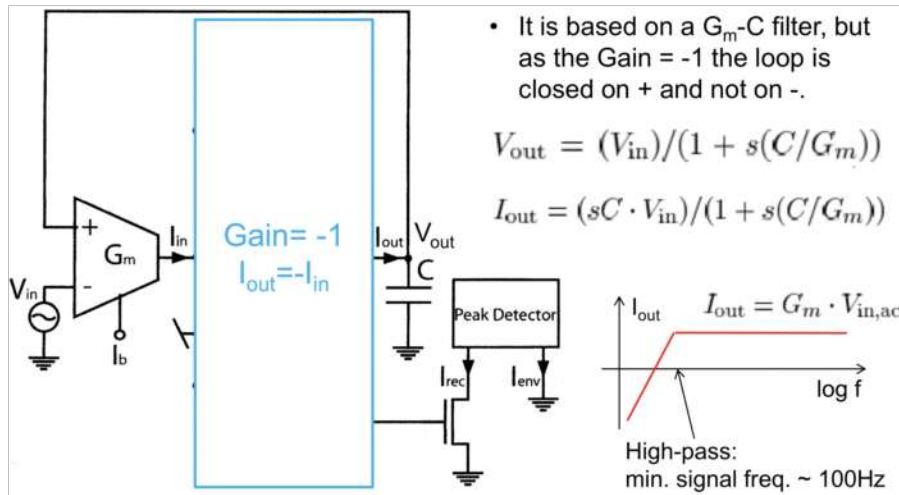
Notiamo che abbiamo anche  $C_3$  e serve per mettere il 2° polo a + bassa freq

$$H(s) = \frac{sC_1(A+1)G_2}{[sC_1(1+A) + G_1][G_2 + s(C_3(A+1) + AC_2)]}$$

### Envelope Detector

Serve per prendere il massimo della tensione sinusoidale in ingresso per poi mandarla ad un ADC

il circuito sarà composto da 2 parti, una da un bridge rectifier e l'altro da un peak detector



- It is based on a  $G_m$ -C filter, but as the Gain = -1 the loop is closed on + and not on -.

$$V_{out} = (V_{in}) / (1 + s(C/G_m))$$

$$I_{out} = (sC \cdot V_{in}) / (1 + s(C/G_m))$$

La prima parte del circuito la rizziamo con un filtro  $G_m$ -C. Hz abbiamo una box misteriosa che ci inverte la corrente e quindi ho il feedback sul pin positivo. In questo caso abbiamo la standard FDT.

Ma a noi ci interessa la corrente  $I_{out}$  che scende sul condensatore

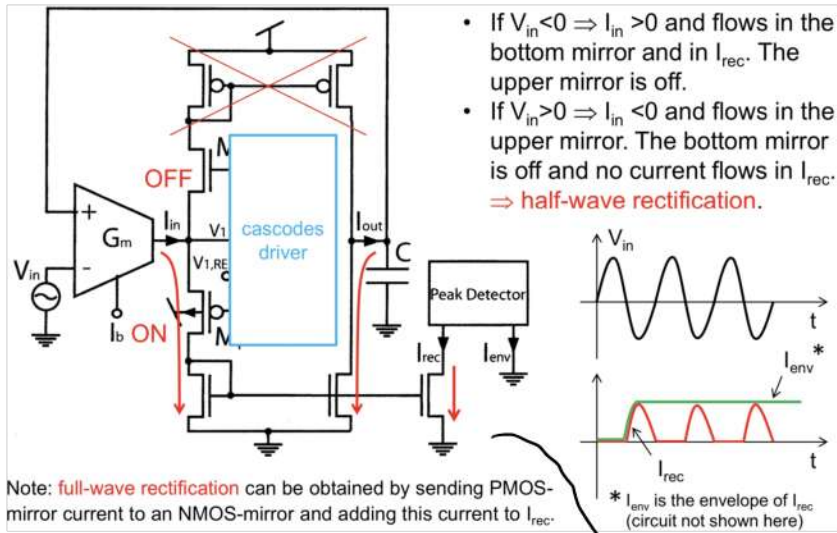
$$I_{out} = \frac{V_{out}}{1/sC} = \frac{sC V_{in}}{1 + s(C/G_m)}$$

Abbiamo perciò un HPF per la corrente.

Noi abbiamo un HPF perché vogliamo eliminare la Low Frequency noise



Avremo poi che Irec sarà uno specchio della corrente di Casi.



Apriamo la mystery box e vediamo che sono presenti 2 specchi e capiamo che invertano la corrente.

Se  $V_{in} < 0$   $I_{in}$  esce dall'OTA e può solo entrare nel cascode sotto (quando è ON), dato che il cascode sopra è un NMOS

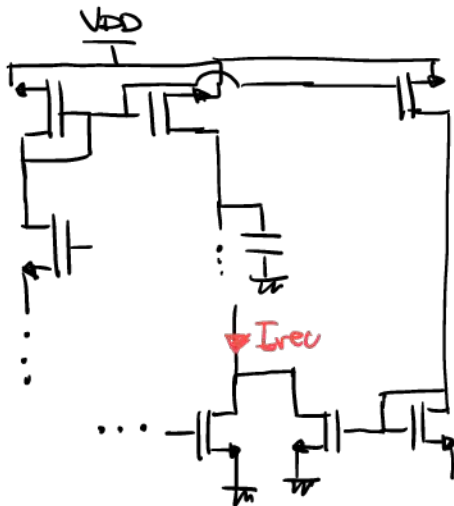
NO! ALORA IL CASCODE SOPRA È OFF.

Qui abbiamo attaccato un altro transistor allo specchio per avere l'output secondario.

Quando  $V_{in}$  è negativo noi abbiamo i picchi della corrente positivi da poi mandiamo al peak detector.

Se  $V_{in} > 0$ , allora  $I_{in}$  è entrante quindi l'n cascode e lo specchio sopra sono ON. Notiamo che questa corrente non va in Irec.

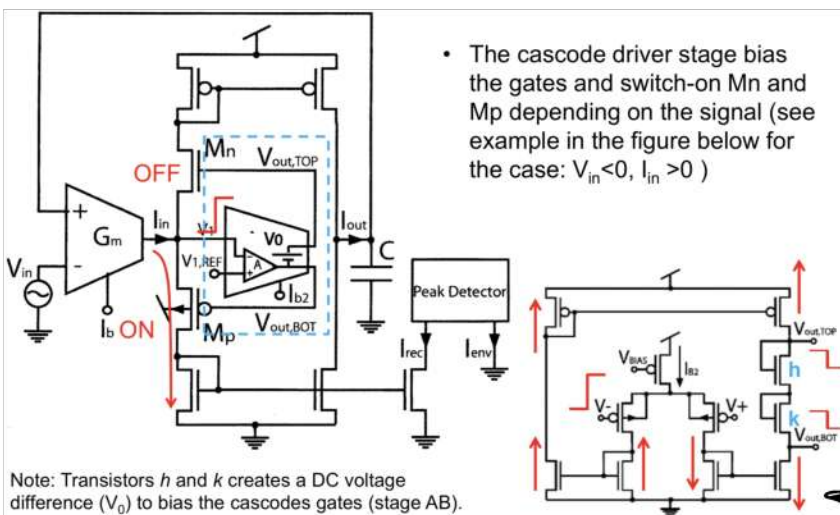
Se volessimo fare un full wave rectifier potremmo estendere e fare la stessa cosa.



In questo modo ributtiamo la corrente di sopra nel Irec, dobbiamo però ribaltarla di segno perché Irec va verso il basso.

Facendo così abbiamo una rettificazione Full wave della corrente.

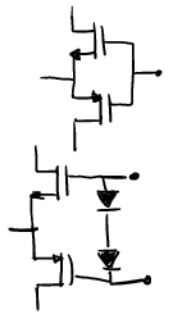
Dobbiamo adesso vedere come è fatto il driver dei cascode



Quando  $I_{in}$  esce dall'OTA il circuito basso deve essere ON e anche il mio circuito deve accendere il PMOS e spegnere l'NMOS.

Dato che il PMOS deve essere ON ho che il gate deve scendere in tensione e faccio la stessa cosa sull'NMOS così si spegne.

Se l'in esca dell'OTA allora entra nel nodo e la tensione sale, quindi  $V^-$  sale mentre  $V^+$  è fisso e ref.  
 Allora lo stadio differenziale mi fa sto giro di corrente. de ni fanno su de da  $V_{out, TOP}$  entra corrente, e quindi se arriva corrente da  $V_{out, TOP}$  ho de la tensione cala. stessa cosa accade per  $V_{out, bot}$ .  
 Notiamo che tra i 2 output ci sono 2 transistor e questi sono messi per avere una tensione DC tra i 2 nodi (praticamente una classe AB)  
 Avremo potuto fare così

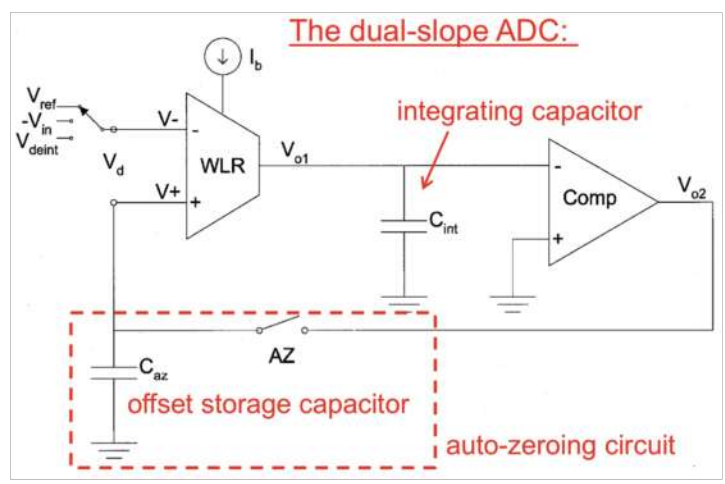


Ma se facciamo così abbiamo un enorme range di tensioni e per gran parte del range entrambi i mos sono off.

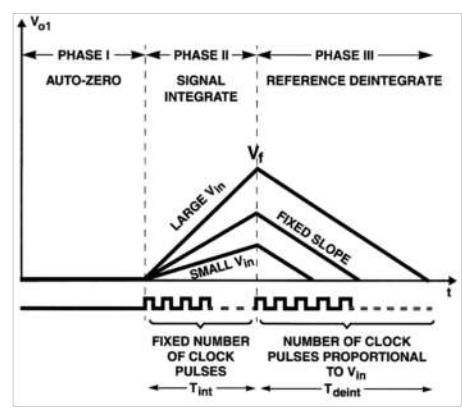
Allora noi introduciamo 2 diodi così che questi abbiano una tensione  $V_{ds}$  su 2 transistor così entrambi i transistor sono un po' ON

22.03.2022 3h

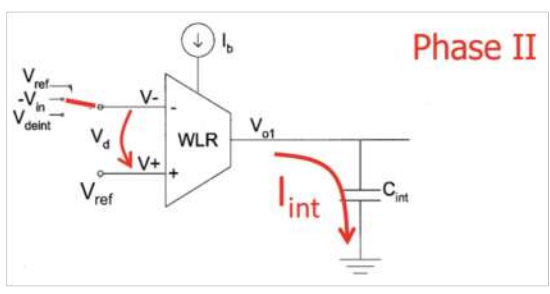
Logarithmic Analog to digital converter.



È un classico dual slope ADC. È costruito da un OTA che da corrente che è integrata nel condensatore la tensione del condensatore è comparata a 0



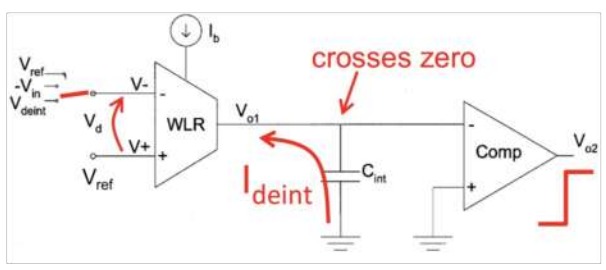
Come fase di carica abbiamo:



Sul + dell'OTA abbiamo un valore di riferimento, mentre nell'altro pin abbiamo in pratica il segnale + grande e un + ho corrente che è integrata nel condensatore.

Quando parte la rampa lo inizio a contare i numero di clock che ho. lo però faccio sì che l'integrazione della tensione venga per un tempo (ciclo di clock) fisso.

Cambiamo poi fase di funzionamento



Cambiamo la tensione di ingresso da  $-V_{in}$  a  $V_{deint}$ . Adesso dato che le 2 tensioni dell'OTA sono costanti ho che scivola il condensatore a corrente costante. Allora faccio il clock di quando la tensione va a 0.

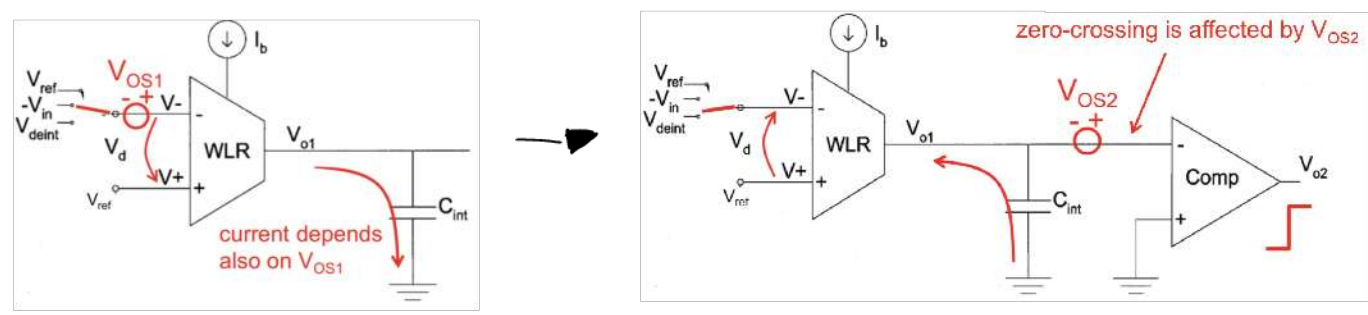


Per calcolare questo fatto uso il comparatore.  
 Anche qua c'è il numero di cicli di clock che mi servono per arrivare a 8.  
 Questo numero è proporzionale all'ampiezza del segnale.

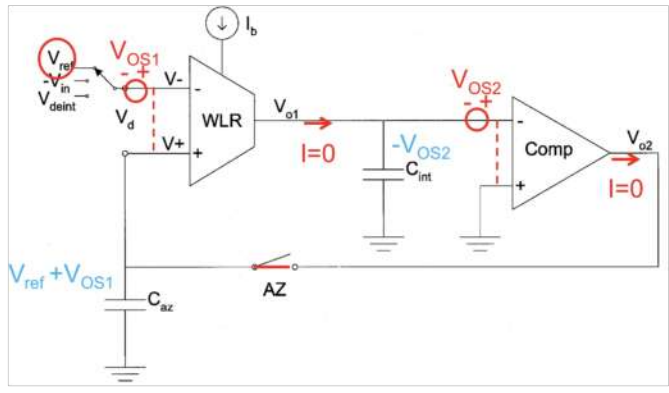
Averemo potuto usare un single slope converter cedendo quando la rampa supera una tensione di riferimento  $V_{ref}$ . Ma il problema di questa tecnica è che abbiamo una dipendenza forte dal valore del condensatore e quindi dato che i condensatori non sono precisi nella tecnologia CMOS ho che la rampa potrebbe essere di molto più pendente. (nel dual slope ho che sbaglio 2 volte la pendenza e quindi mi si annulla l'errore)

**Nella realtà c'è anche una fase 1 chiamata Auto-zeroing**

Questa fase è importante perché negli amplificatori abbiamo rumore e questo rumore si presenta nell'uscita dell'ADC



Non è un errore fisso ma scassa le bolle, allora noi per eliminarlo usiamo l'autozeroing

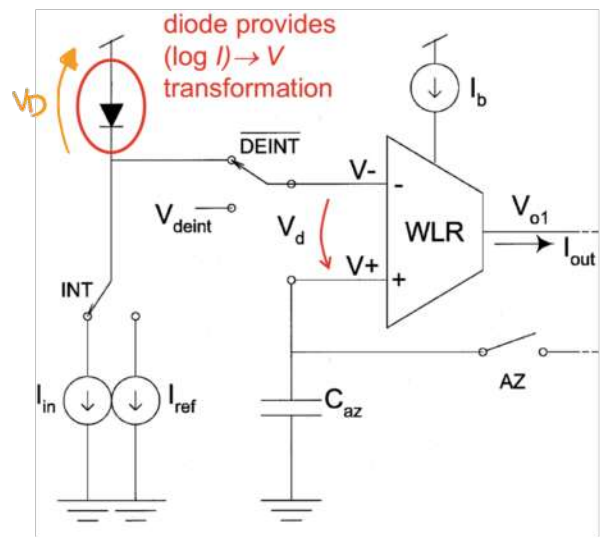


Colleghiamo il - dell'OTA a una tensione fissa  $V_{ref}$ .

il pin + dell'OTA è messo a un condensatore in regime loop. Questo condensatore serve per salvare la tensione  $V_{ref} + V_{offset}$ . In questo modo quando però la fase II dell'ADC zero cioè le 2 tensioni di offset si annullano.

(la stessa cosa vale anche per il secondo offset, quello del comparatore)

**Se vogliamo fare la trasformazione logaritmica (dato che l'occhio funziona così):**



Noi usiamo un diodo perché la tensione è data dal logaritmo della corrente.

Noi usiamo dei generatori di corrente, più nello specifico noi usiamo i generatori di corrente d'uscita del envelope detector.

La tensione  $V_{ref}$  che usiamo nell'autozeroing la generiamo facendo passare una corrente costante nel diodo.

Ricordiamo che  $I = I_s e^{-\frac{V}{V_T}}$

Però la tensione ai capi del diodo è  $V = -\phi_T \ln\left(\frac{I}{I_S}\right)$

Ma sappiamo che dentro la fase di Autozeroing la tensione è selvatica sul condensatore Czz. Quindi quando abbiamo la prima fase abbiamo che la ddp tra i pin dell'OTA è

$$V_d = \phi_T \ln\left(\frac{I_{in}}{I_S}\right) - \phi_T \ln\left(\frac{I_{ref}}{I_S}\right) = \phi_T \ln\left(\frac{I_{in}}{I_{ref}}\right) \quad \text{dove } \phi_T = \frac{kT}{q}$$

Otengo quindi che la tensione differenziale ha un andamento logaritmico nei confronti della corrente.

**Bonus di questa ora lettura!!!**

Abbiamo che la corrente in uscita dell'OTA è  $i = v_{diff} \cdot G_m$ , noi sappiamo che  $v_{diff}$  in questo caso va linearmente con la  $V_T$  ma ricordiamo anche che  $G_m$  va con  $1/V_T$  e quindi i 2 si compensano eliminando la dipendenza della temperatura.

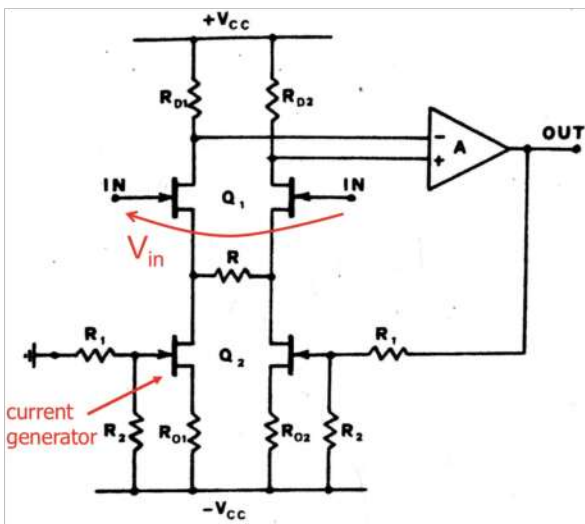
Nel circuito l'unica dipendenza rimanente della temperatura è la corrente  $I_b$  del OTA perché è generata da un transistor (che sono dipendenti dalla temp).

$$I_{out} = G_m \cdot V_d \quad (\text{linear } V \rightarrow I \text{ transformation})$$

$$= \frac{I_b}{V_T} \cdot \phi_T \ln \frac{I_{in}}{I_{ref}}$$

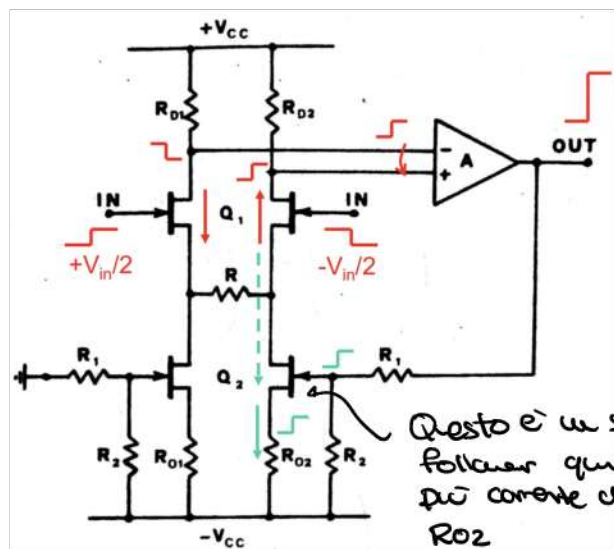
Io voglio che  $I_b$  sia stabile nel periodo di integrazione dei segnali.

### LOW NOISE AMPLIFIER



Questo è il circuito, notiamo che noi abbiamo un differential pair in ingresso.

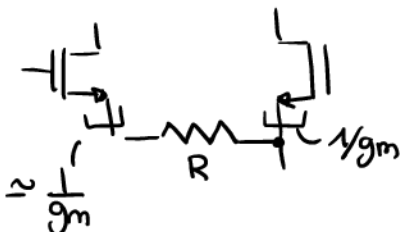
INIZIAMO FACENDO UN ANALISI IN FEEDBACK



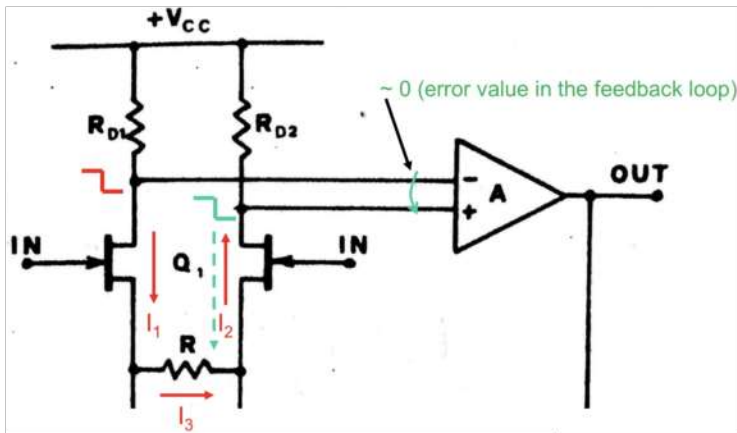
Questo è un source follower quindi non può fornire più corrente di scende in  $R_{02}$

Il passaggio chiave del circuito è capire da dove arriva la corrente in + su  $R_{02}$ . Passa per R o per  $Q_1$ ? Questo dipende dall'impedenza Ho una roba del tipo

vediamo che il path a resistenza minima è quello su  $Q_1$







Abbiamo che questa corrente si oppone alla corrente  $I_2$  e se è abbastanza grande la corrente può anche flippare il verso del segnale facendo sì che poi ci abbia su ai capi dell'opamp.

Adesso dobbiamo calcolare il guadagno dell'OPAMP (ci bastano sempre sul fatto che l'ampere sia nullo)

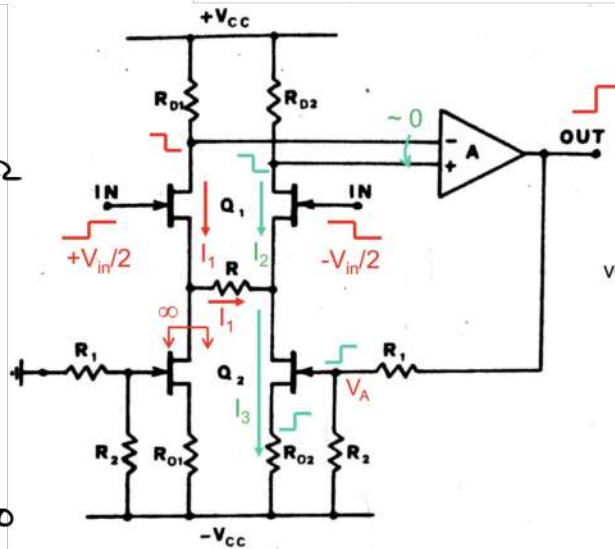
Non sappiamo  $G_{loop} = \infty$  allora dato che l'errore deve essere 0 abbiamo che le correnti  $I_1$  e  $I_2$  sono legate da

$$I_1 R_{D1} = I_2 R_{D2}$$

Se  $R_{D1} = R_{D2}$  allora  $I_1 = I_2$

(NOTA: la corrente  $I_1$  può scorrere solo su  $R_{O2}$  e non su  $R_{O1}$  dato che il MOS è OFF)

$$\text{Per cui } I_3 = I_2 + I_1 = 2I_1$$

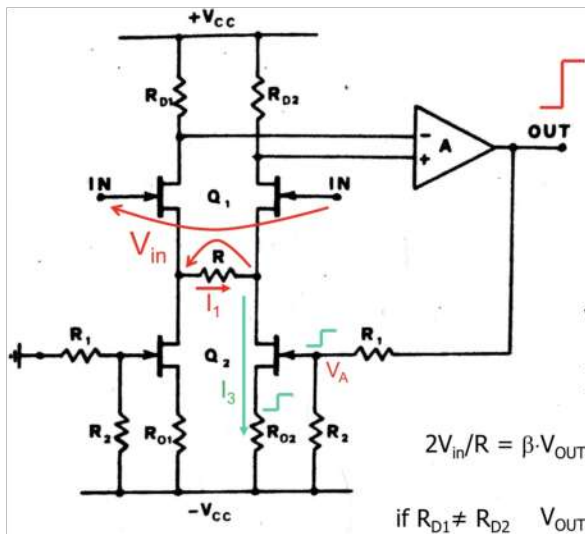


voltage drops on  $R_{D1}$ ,  $R_{D2}$  are equal:

$$I_1 \cdot R_{D1} = I_2 \cdot R_{D2}$$

$$\text{if } R_{D1} = R_{D2} \Rightarrow I_1 = I_2$$

$$I_3 = I_1 + I_2 = 2I_1$$



$V_{in}$  is applied across  $R$  (if  $1/g_m$  of  $Q_1$  are negligible)

$$\Rightarrow I_1 = V_{in}/R \quad I_3 = 2V_{in}/R$$

$$V_A = V_{OUT} \cdot R_2 / (R_1 + R_2) = \beta \cdot V_{OUT}$$

$$I_3 = V_A / R_{O2} = \beta \cdot V_{OUT} / R_{O2}$$

$$2V_{in}/R = \beta \cdot V_{OUT} / R_{O2} \quad \boxed{V_{OUT}/V_{in} = 2R_{O2}/R \cdot 1/\beta}$$

$$\text{if } R_{D1} \neq R_{D2} \quad V_{OUT}/V_{in} = (R_{D1} + R_{D2}) / R_{D2} \cdot R_{O2} / R \cdot 1/\beta$$

Continuando l'analisi vediamo che la tensione  $V_{in}$  è ripartita esattamente su  $R$ . Questo perché se vediamo il modello e anzitutto singolarmente vediamo che i 2 transistor sono dei source follower

Dato che noi sappiamo con la corrente su  $R = I_1$  e quindi so che  $I_3 = 2I_1 = \frac{2V_{in}}{R}$

Non poi sappiamo che su  $R_{O2}$  ho un source follower e quindi la tensione su  $R_{O2}$  è  $V_A$  e noi con un Partitore possiamo calcolare  $V_{OUT}$ .

### LATI NEGATIVI

- Abbiamo visto che i source follower hanno  $V_{in} = \infty$  perché i segnali di tensione sono perfettamente uguali. Ma questo non può essere perché abbiamo corrente chiesta da 0 che scende nei 2 transistor. (specialmente nel caso di input)
- Abbiamo poi l'effetto miller ai capi dei transistor di input. Questo non ci piace perché  $C_u = C_{gd}$ . Anzi cioè abbiamo grandi capacità all'input dell'opamp

3) Non sono  $R_{D1}$  e  $R_{D2}$  uguali, i valori di guadagno dipendono dalla precisione di queste.

4) Nel guadagno abbiamo  $R_{D2}$  al numeratore. Se aumentiamo troppo  $R_{D2}$  per aumentare il gain possiamo mandare fuori bias il transistor  $Q_2$ .

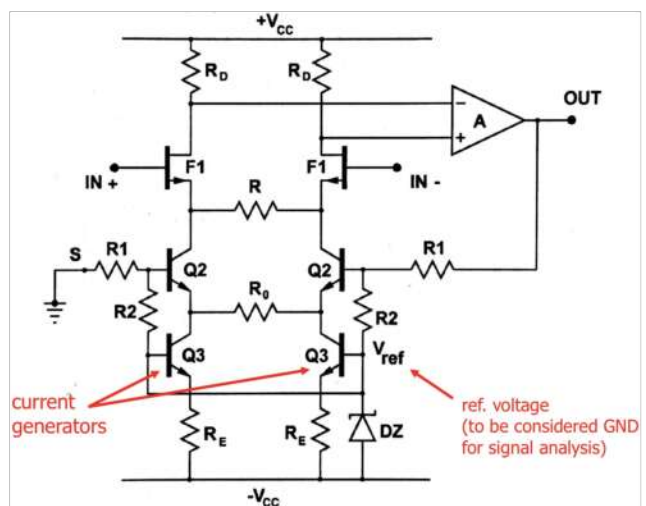


Se lavoriamo a  $I$  costante ci aumentiamo il source dei transistor e se un certo punto usciamo dal bias.

A noi va più a zere il bias che è zero nella formula del guadagno.

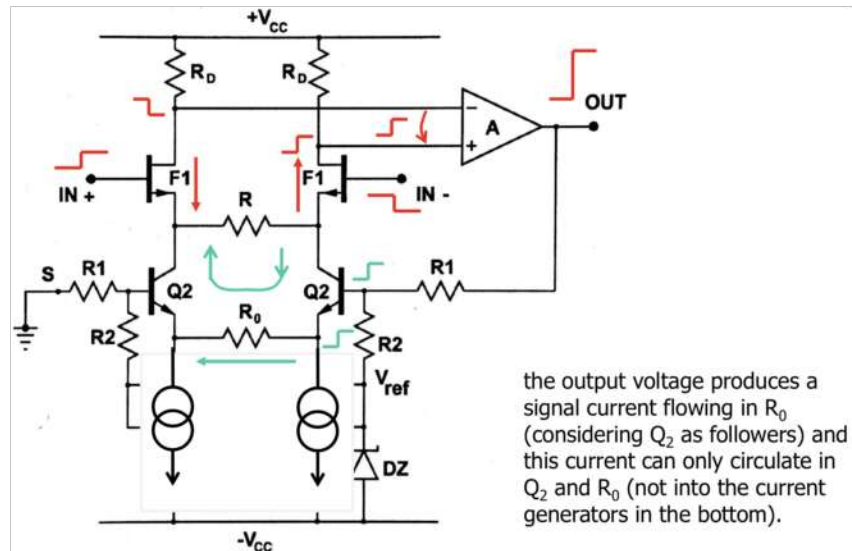
5) Abbiamo una common mode in ingresso all'OPAMP interno del circuito. Queste OPAMP due zere una grande CMRR.

VERSIONE MIGLIORATA



ho replicato il mio input con dei BST, ho più messo i transistor  $Q_3$  che fanno da generatori di corrente.

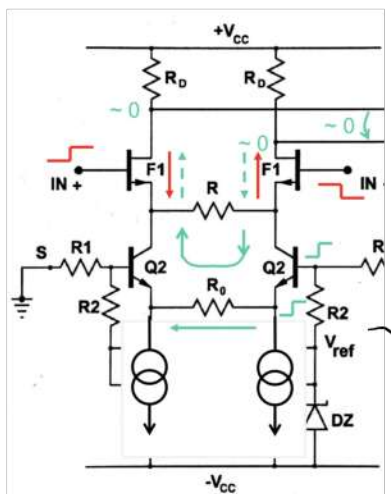
Vediamo come lavora il feedback.



the output voltage produces a signal current flowing in  $R_0$  (considering  $Q_2$  as followers) and this current can only circulate in  $Q_2$  and  $R_0$  (not into the current generators in the bottom).

Var fa uno step alla base di  $Q_2$  che lavora come un emitter follower. Così abbiamo una corrente generata ai capi di  $R_0$ . Questa corrente, diversamente da prima abbiamo che scende in entrambi i rami perché la corrente su  $R_0$  entra da un  $Q_2$  e esce dall'altro.

Il trick è che le 2 correnti nei 2 rami hanno versi opposti che vanno ad opporsi alle correnti iniziali del feedback.



Vediamo quindi che all'input dell'amp abbiamo 2 tone virtuali e non due tensioni identiche come prima. Questo è una  $R_{gata}$  perché se c'è una serie che abbiamo un grande CMRR.

Alla fine il guadagno è

$$V_{OUT}/V_{in} = R_0/R \cdot 1/\beta$$

Dato che  $R_2$  è connesso alla zera e piccolo segnale abbiamo che  $R_2$  ha un terminale a terra perché la tensione non varia.



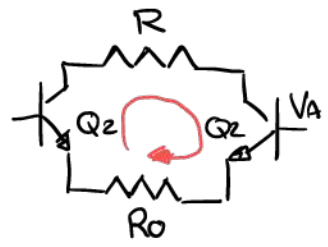
Perché vediamo che abbiamo risolto i 2zi negativi

- 1)  $V_{GS}=0$  because  $I=0$  in  $F_1$   
 $\Rightarrow 1/g_m$  of  $F_1$  not in the Gain
- 2) No Miller effect on  $F_1$  because no voltage signal on the drain
- 3) No effect of  $R_{D1} \neq R_{D2}$  on Gain
- 4) Gain dependent on  $R$  and  $R_0$  only, not on biasing network
- 5) CMRR of  $A$  not important because  $V_{CM}=0$  at its inputs

24.03.2022

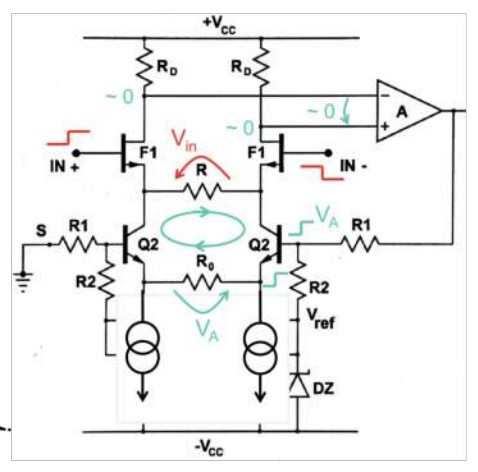
2h

Rivedendo il calcolo del guadagno, vediamo che quando il feedback è attivo su  $F_1$  non abbiamo corrente, se non abbiamo corrente abbiamo che  $V_{in}$  viene riportata perfettamente su  $R$ . (Questo perché non abbiamo corrente di piccolo segnale e  $v_{gs}=0$ )  
 Abbiamo quindi una corrente su  $R$ , ricordiamo poi che il feedback fa sì che noi abbiamo una corrente  $R_0$ .



Abbiamo quindi che le 2 correnti sono identiche e la corrente ricircola.

Questo amplificatore è un current feedback amplifier



Sapendo che le correnti sono uguali abbiamo che  $\frac{V_{in}}{R} = \frac{V_A}{R_0} = \frac{\beta V_{out}}{R_0}$  (dove  $\beta$  è il partitore resistivo)

Io posso scegliere qualsiasi valore per  $R$  e  $R_0$  perché non c'entrano niente con il biasing.

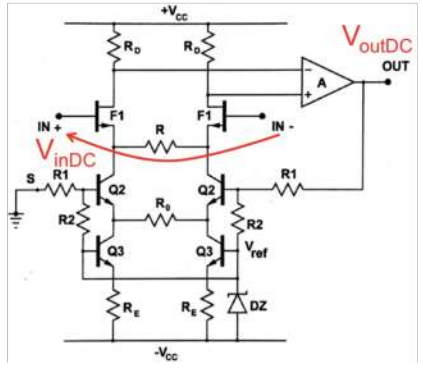
Domande

Perché usiamo dei BJT sotto e non C: usiamo anche sopra o perché non usiamo JFET ovunque?

(Non usiamo BJT all'input perché a noi serve grande impedenza per gli elettrodi, credo.)

Ci deve essere poi una ragione per cui  $Q_2$  e  $Q_3$  non sono fatti a JFET.

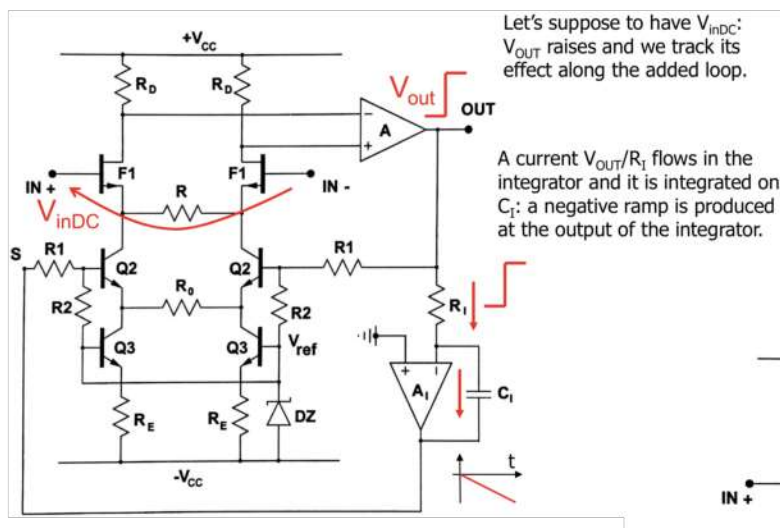
Abbiamo poi un altro problema con il circuito



DC differential voltage at the input (e.g. due to electrodes DC offset) produces a DC output shift.

Se abbiamo un DC input abbiamo che questo viene amplificato e potrebbe saturare

Allora noi mettiamo un secondo loop basato su un integratore e lo collegiamo al lato sinistro del circuito (Amplifichiamo solo il 2° loop)

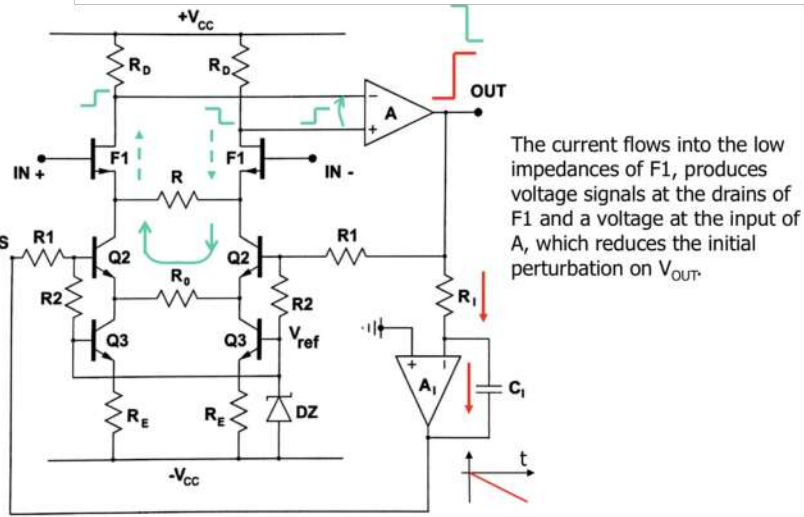


Let's suppose to have  $V_{inDC}$ :  $V_{OUT}$  raises and we track its effect along the added loop.  
A current  $V_{OUT}/R_I$  flows in the integrator and it is integrated on  $C_I$ : a negative ramp is produced at the output of the integrator.

Se il loop cresce a causa del DC offset, il gradino fa sì che ci sia una corrente su  $R_I$ , la quale viene integrata, perciò il gradino si trasforma in una rampa (negativa in questo caso)

vediamo quindi che la base di  $Q_2$  scende a rampa.

Noi sappiamo che  $Q_2$  è un emitter follower e quindi non la tensione ripartita su  $R_0$ , genera quindi una corrente e quindi 2 tensioni differenziali sull'opamp e quindi annulla la mia tensione DC. (Tutto questo al primo giro del loop)

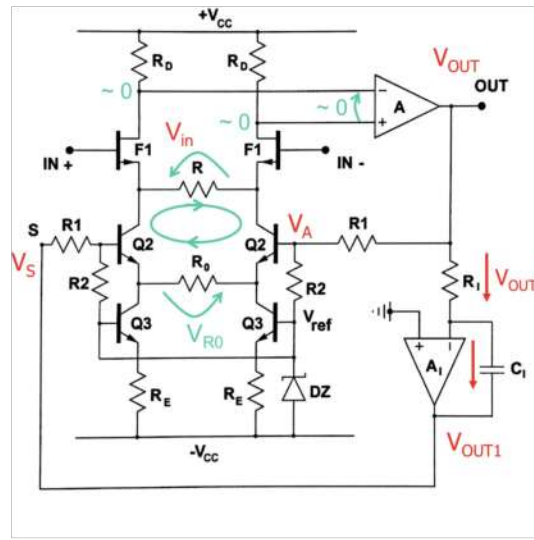


The current flows into the low impedances of F1, produces voltage signals at the drains of F1 and a voltage at the input of A, which reduces the initial perturbation on  $V_{OUT}$ .

Ma noi abbiamo messo un feedback che si oppone alle tensioni differenziali WTF allora non dovrebbe annullare tutte le tensioni differenziali?

No perché noi usiamo un integratore (quindi un LFF) e perciò annulliamo solo quelle 2 bassissima frequenza.

Nella realtà dovremo analizzare i 2 loop assieme, anzi sempre  $\phi$  di cui capì dell'OPAMP ma avrà sempre della corrente che ricomincia tra  $R$  e  $R_0$ . Avrà quindi che il calcolo del guadagno cambia, infatti la corrente su  $R_0$  non è più data solo da  $V_A$  ma anche da  $V_S$ .



$$V_{OUT1} = -V_{OUT}/R_I \cdot 1/sC_I \quad (A_I \rightarrow \infty)$$

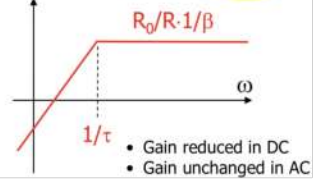
$$V_S = V_{OUT1} \quad V_A = \beta \cdot V_{OUT}$$

$$V_{R0} = V_A - \beta \cdot V_S = \beta \cdot V_{OUT} - \beta \cdot V_{OUT1}$$

$$V_{R0} = \beta \cdot V_{OUT} (1 + 1/s\tau) \quad \tau = R_I \cdot C_I$$

$$V_{in}/R = V_{R0}/R_0$$

$$V_{OUT}/V_{in} = R_0/R \cdot 1/\beta \cdot \frac{s\tau}{(1+s\tau)}$$



- Gain reduced in DC
- Gain unchanged in AC

Perciò la tensione su  $R_0$  sarà data da  $V_A - V_S$

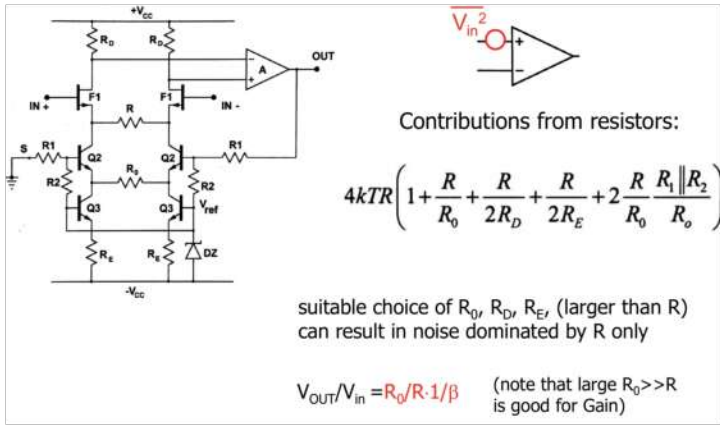
Vediamo che ad alte  $f_{eq}$  abbiamo che il guadagno è come quello di prima. Al contrario a basse frequenze il guadagno va a  $\phi$ .

Se voglio essere pro All'ora sulle slide c'è anche il caso quando l'opamp  $A_I$  è un opamp reale (in quel caso vediamo che il guadagno a  $f \rightarrow 0$  non va a  $-\infty$  ma si stabilizza a un valore)



# Rumore Elettronico del circuito

il circuito che abbiamo studiato fino ad ora è noto poco rumoroso.



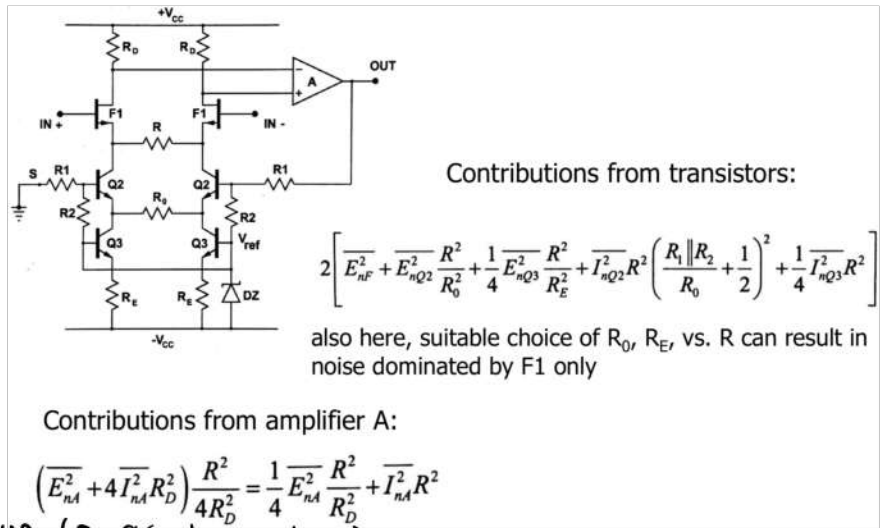
Se facciamo i conti notiamo che il rumore dato dai resistori è)

Se scelgo  $R_0$  grande e  $R_D$  grande (ma troppo grande per gestioni di bias) e  $R_E$  grande (anche lei non troppo grande) posso rendere tutte le frazioni  $< 1$ . Ho un ciclo incredibile, se scelgo  $R$  piccolo non sia poco rumore che grande Gain.

C'è un limite nel valore di  $R$ , (ci darai essere) capire quel è.

il rumore all'input dato dal rumore dei transistor è invece dato dalla seguente equazione

Notiamo che ho un fattore 2 per il rumore dei transistor di input questo perché ci semplifichiamo una differenza e quindi abbiamo tutti e 2 i transistor all'input.



I transistor  $F1$  dovremo essere low noise (e quindi costosi) tuttavia i transistor  $Q2$  possono essere anche più rumorosi: tanto il loro rumore viene ridotto

25.03.2022

3h

## Noise (to be) dominated by $F1$ and $R$

We have neglected  $1/f$  of  $R$ , but  $1/f$  depends on  $I$  and  $I=0$  (in DC). JFET ( $F1$ ) provide low input current noise and  $1/f$  noise (ex. below)

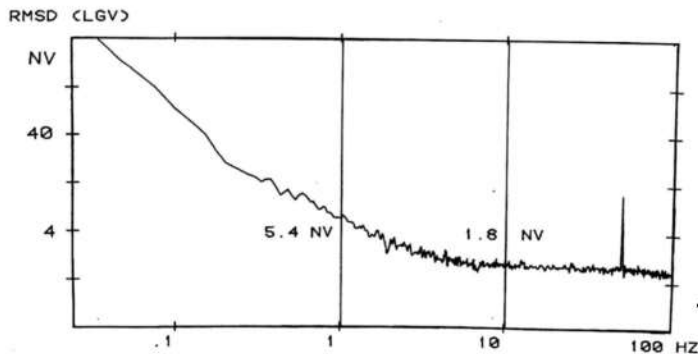


Fig. 6 - Noise spectrum of the amplifier of Fig. 3 with  $R = 150 \Omega$  and  $Q_1 = 2SK146$ .

Quando calcoliamo il rumore dei resistori noi calcoliamo solo il rumore bianco ma potremmo avere anche il rumore  $1/f$  (che dipende dalla corrente). Ma dato che non ho corrente in DC che scorre in  $R$  ho che questo scuro non ha rumore  $1/f$ .

è lo spettro totale del rumore all'input.

Del grafico possiamo ricavare la varianza del transistor, infatti noi sopprimiamo il rumore della resistenza.

$$\sigma_{F1}^2 = \sigma_T^2 - \sigma_R^2$$

$$= \left(1,8 \frac{nV}{\sqrt{Hz}}\right)^2 - \left(1,6 \frac{nV}{\sqrt{Hz}}\right)^2$$

$$\approx \left(1 nV/\sqrt{Hz}\right)^2$$

valore misurato sul grafico a 10Hz

• Noise contribution of R=150Ω:  
 $4KTR = 4V_T qR = 4 \cdot 25mV \cdot q \cdot 150\Omega \Rightarrow 1.5nV/\sqrt{Hz}$

Segnale a 50Hz disturbo

Subtracting R noise in the plot:  
 $\Rightarrow 1.0nV/\sqrt{Hz} @ 10Hz$   
 $\text{and } 5.2nV/\sqrt{Hz} @ 1Hz$   
 (1/f dominated by F1)

• Integrating the noise in the bandwidth:  $\sigma_{nTOT}^2 = \int_{\Delta f} S_N(f) \cdot df$

Bandwidth	Noise (rms)	Notes:
0.025 - 10Hz	40nV	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ultra low noise (e.g. vs. ~μV rms of 3 OPA conventional ECG amplifiers)</li> <li>Noise dominated by 1/f noise (<math>\Rightarrow</math> JFET)</li> </ul>
0.025 - 250Hz	50nV	
0.025 - 1KHz	185nV	

Ci piace perché i valori del rumore del transistor e della resistenza sono molto simili a 10Hz.

A 1Hz a causa del rumore 1/f il rumore del transistor è quello dominante

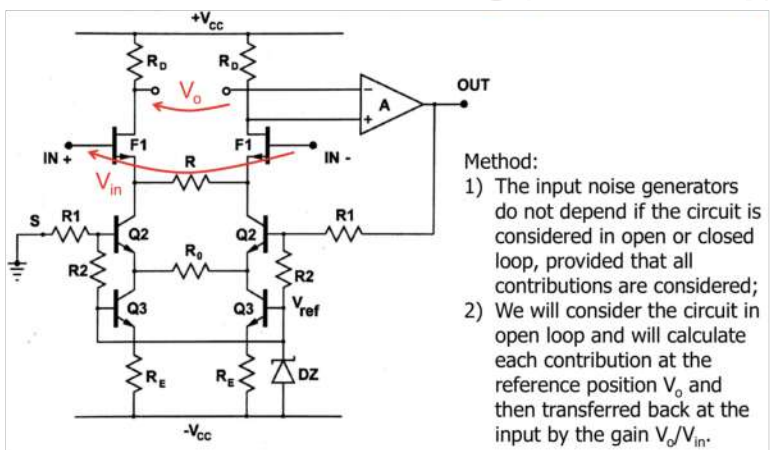
Se poi integrando lo spettro sulla banda calcoliamo il rumore vediamo che questo ha un rumore estremamente basso.

Nella nostra banda utile noi siamo dominati dal rumore 1/f e quindi è per questo che usiamo i JFET che hanno poco rumore 1/f. Non avremo potuto usare i MOSFET per questo. Inoltre i BJT non vanno bene perché hanno correnti di base.

La nostra banda è limitata, a basse frequenze del circuito che killa la componente DC, mentre il limite superiore lo mettiamo noi scegliendo un nodo a grande impedenza e connettendoci un condensatore. (così il valore del condensatore non è enorme).

Nel caso del nostro circuito un ottimo candidato è mettere il condensatore sul drain di F1, dato che vedo solo  $R_D$  che dovrebbe essere comunque grande.

### Dimostrazione del calcolo del rumore

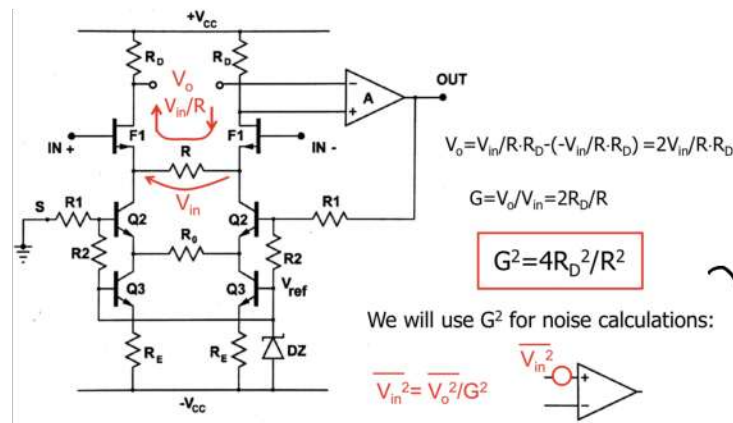


Noi scegliamo  $V_o$  come porta di riferimento  
 Ma mentre il circuito lavora  $V_o$  non dovrebbe essere zero?  
 Nelle analisi del rumore non importa se il circuito è in closed loop o open loop  
 l'importante è che il calcolo del rumore sia coerente con il guadagno che abbiamo in open o closed loop.

In questo caso ci conviene calcolarla in open loop.

Dobbiamo essere consistenti, perciò deve calcolare il trasferimento tra input e output per riportare i rumori all'input.

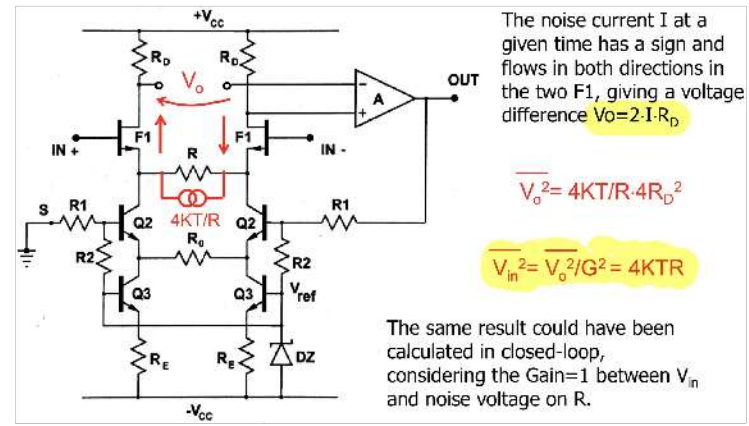




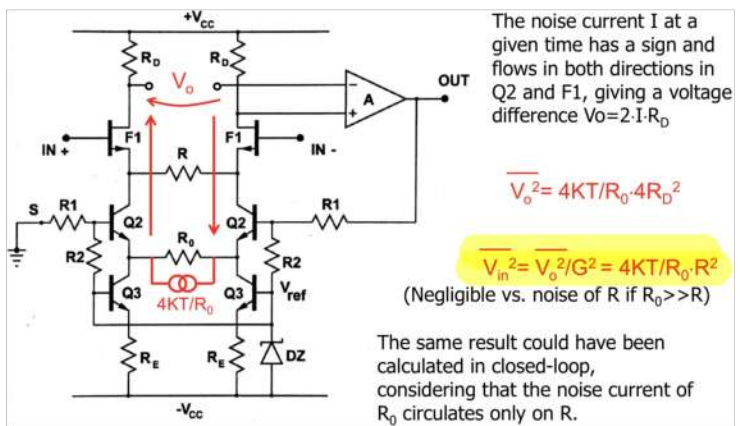
$V_{in}$  è sempre ai capi di  $R$  perciò questa proprietà non dipende dal feedback.  
 Ho quindi una corrente che può scorrere solo in  $F1$

Otteniamo quindi il guadagno (quadrato) che usiamo nel conto del rumore per riportarlo all'ingresso.

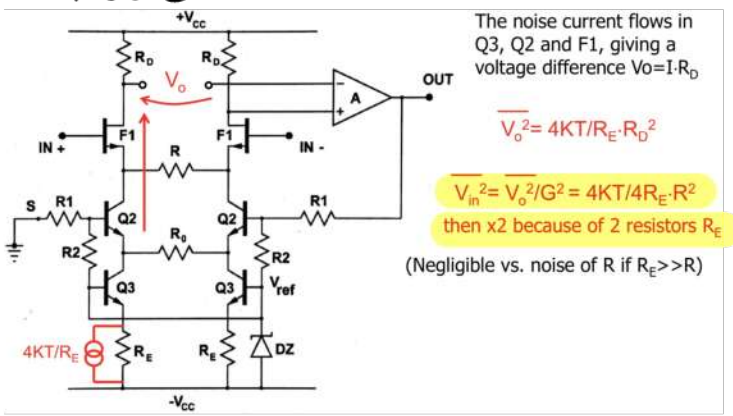
Adesso Andiamo componente per componente  
 Rumore di  $R$ :



Rumore di  $R_o$ :

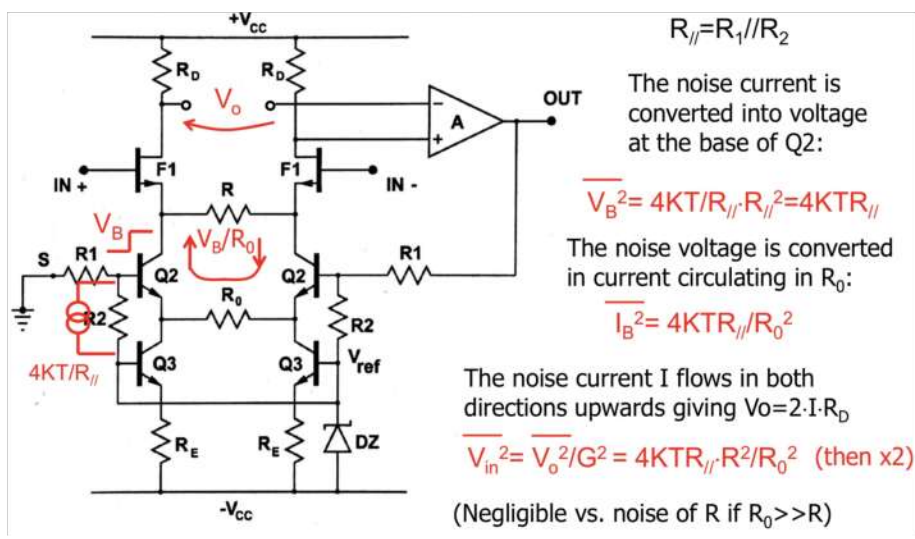


Rumori di  $R_E$ :



Se possiamo stare in closed loop zverno auto della corrente circolata tra  $R_o$  e  $R$  quindi  $i_{R_o} = i_R$  (a causa del loop) allora  $i_{R_o} = 4KT/R_o$  ma noi sappiamo che  $V_{in} = V_R \rightarrow V_R = \frac{4KT}{R_o} R^2 = V_{in}$

Contributi di  $R1/R2$

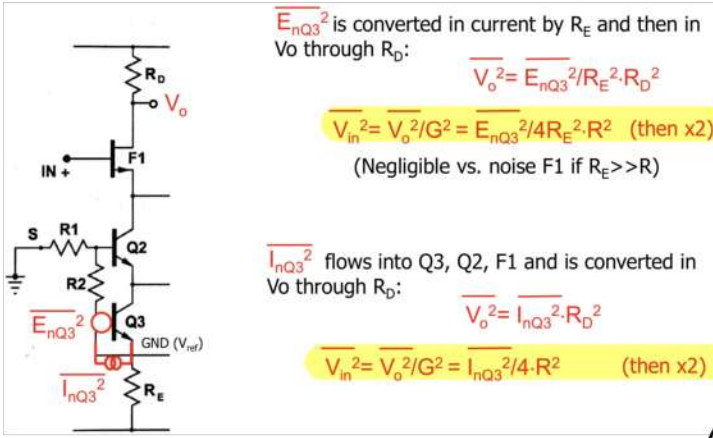


Noi vediamo lo zener come una terra quindi abbiamo che le 2 resistenze  $R1$  e  $R2$  sono in parallelo.  
 Ho quindi che la corrente di rumore mi da una tensione  $V_B$  5 questa viene riportata su  $R_o$  e quindi crea una corrente.

C'è poi il rumore di  $R_D$  che però è molto facile

Rumore dei Transistor: il rumore di F1 è già riportato su input.

Rumore di Q3



$E_{nQ3}^2$  is converted in current by  $R_E$  and then in  $V_o$  through  $R_D$ :

$$V_o^2 = E_{nQ3}^2 / R_E^2 \cdot R_D^2$$

$$V_{in}^2 = V_o^2 / G^2 = E_{nQ3}^2 / 4R_E^2 \cdot R^2 \quad (\text{then } \times 2)$$

(Negligible vs. noise F1 if  $R_E \gg R$ )

$I_{nQ3}^2$  flows into Q3, Q2, F1 and is converted in  $V_o$  through  $R_D$ :

$$V_o^2 = I_{nQ3}^2 \cdot R_D^2$$

$$V_{in}^2 = V_o^2 / G^2 = I_{nQ3}^2 / 4 \cdot R^2 \quad (\text{then } \times 2)$$

Dato che il rumore di Q3 è dato da un gen di tensione sulle base, e dato che è un emitter follower ho da la stessa tensione si trova su  $R_E$  e questo genera una corrente e via.

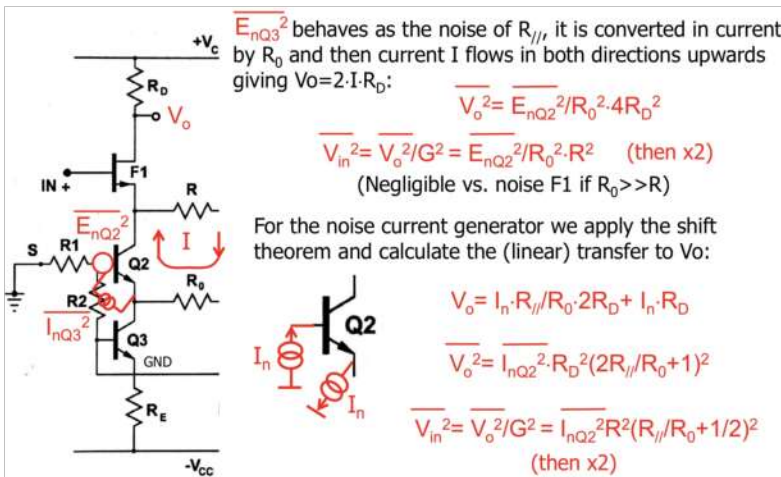
Abbiamo poi anche una shot noise tra la base e l'emettitore. Dato poi che l'emettitore è a GND a piccolo segnale abbiamo un



è come avere due preferenze anche su  $1/g_m$ .

Però è connesso allo zero (Non sono sicuro)

Rumore di Q2



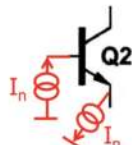
$E_{nQ2}^2$  behaves as the noise of  $R_{in}$ , it is converted in current by  $R_D$  and then current  $I$  flows in both directions upwards giving  $V_o = 2 \cdot I \cdot R_D$ :

$$V_o^2 = E_{nQ2}^2 / R_D^2 \cdot 4R_D^2$$

$$V_{in}^2 = V_o^2 / G^2 = E_{nQ2}^2 / R_D^2 \cdot R^2 \quad (\text{then } \times 2)$$

(Negligible vs. noise F1 if  $R_D \gg R$ )

For the noise current generator we apply the shift theorem and calculate the (linear) transfer to  $V_o$ :



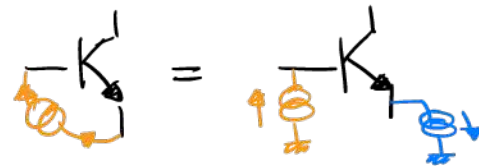
$$V_o = I_n \cdot R_{in} / R_D \cdot 2R_D + I_n \cdot R_D$$

$$V_o^2 = I_{nQ2}^2 \cdot R_D^2 (2R_{in} / R_D + 1)^2$$

$$V_{in}^2 = V_o^2 / G^2 = I_{nQ2}^2 \cdot R^2 (R_{in} / R_D + 1/2)^2 \quad (\text{then } \times 2)$$

Nel caso della tensione ho lo stesso caso di prima.

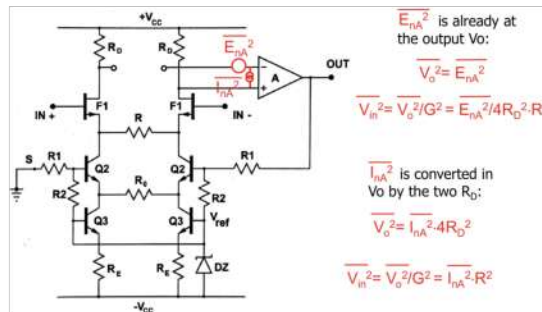
La parte tricky è quella del gen di corrente due devo usare lo splitting theorem



Devo fare questo perché non sono connesso a terra da nessun lato.

Noi dobbiamo calcolare singolarmente i trasferimenti e poi sottrarli somarli e solo alla fine fare il quadrato.

Rumore dell'OPAMP



$E_{nA}^2$  is already at the output  $V_o$ :

$$V_o^2 = E_{nA}^2$$

$$V_{in}^2 = V_o^2 / G^2 = E_{nA}^2 / 4R_D^2 \cdot R^2$$

$I_{nA}^2$  is converted in  $V_o$  by the two  $R_D$ :

$$V_o^2 = I_{nA}^2 \cdot 4R_D^2$$

$$V_{in}^2 = V_o^2 / G^2 = I_{nA}^2 \cdot R^2$$

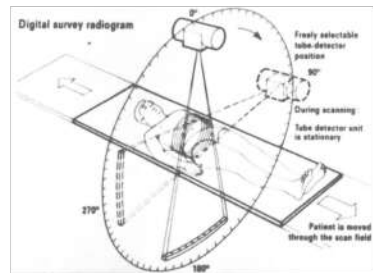


# PARTE 2 DEL CORSO

## MEDICAL IMAGING

Con la radiografia e la CT standard lo posso vedere solo mono dimensionale e quindi non riesco a capire molto.

Allora con la CT noi misuriamo a diversi angoli (tutto intorno al paziente) così ho una visione totale. Se la mia risoluzione angolare è abbastanza buona da far vedere il teorema di Nyquist allora riesco a eliminare i vari errori di Aliasing.



Poi se io posso realizzare solo una fetta di corpo, allora sposto il paziente event. piano piano realizzando.

Ad oggi questo trasferimento avanti del paziente con PET non è il tutto giusta così si ha un trasferimento a spirale più difficile da processare ma + veloce da fare.

il vantaggio della CT rispetto alla radiografia è che ruotando a  $360^\circ$  attorno al paziente posso fare un'immagine a diverse profondità e quindi vedere dove voglio io.

## PET e SPECT

Sono medicina nucleare perché mettiamo elementi radioattivi dentro il corpo del paziente quindi è il paziente che dà le radiazioni.

Per vedere cosa vogliamo noi usiamo gli isotopi radioattivi e dalle molecole target che vanno a collegarsi a cosa vogliamo vedere.

La differenza tra SPECT e PET è che lì nella prima vengono usati isotopi che danno raggi gamma. Perciò dobbiamo usare due gamma cameras. Con dei collimatori in modo che lo riesca a capire da che parte arrivano i raggi gamma. Questo perché il collimatore fa passare i raggi gamma perché a lui mente i raggi gamma che noi lo sono saranno assorbiti dalla griglia.

Dato che noi sappiamo a priori il verso del collimatore allora dato un punto di rilevamento abbiamo che possiamo sapere da che parte del corpo arriva quel raggio gamma. (Questo dobbiamo farlo perché i raggi gamma vengono messi in tutte le direzioni.) Ho bisogno di 3 di queste camere perché devo ricreare le coordinate di dove si trova esattamente ciò che emette i raggi gamma.

Il fatto che noi mettiamo un collimatore è un fatto negativo perché molti raggi gamma sono assorbiti dal collimatore. Infatti ha un'efficienza di  $10^{-4}$ . (ogni 10000 raggi gamma ne rilevo 1 solo)

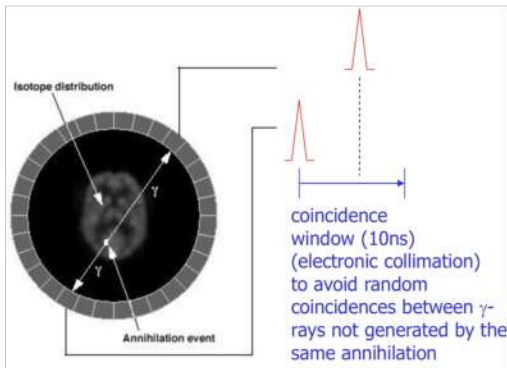
## Positron Emitted Computer Tomography (PET)

Rimoviamo il colimatore perché noi facciamo un "electronic collimation".

La PET usa la stessa teoria della SPECT ma l'isotopo è diverso non emette raggi gamma ma emette positroni (gli anti elettroni)

Quando ho l'emissione di un positrone ho che molto probabilmente questo trova un elettrone in poco tempo e allora si annichilisce. Dato però  $E=mc^2$  dato che ho massa che scompare allora devo avere energia. Questa energia l'abbiamo grazie alla creazione di 2 raggi gamma che vanno in 2 direzioni opposte. (Prendono direzioni opposte perché devo avere la conservazione del momento)

Nella realtà questo non è completamente vero perché ho della energia cinetica nelle particelle (perché non ce sono in direzioni opposte solo se il momento iniziale deve 2 essere 0) allora i 2 raggi gamma non sono messi in modo perfetto (quindi ho una fonte di errori).



rilevo quindi i raggi  $\gamma$  su i 2 sensori sulla stessa linea, non ho quindi bisogno di avere un colimatore.

Dato che l'emissione è isotropica io posso ricevere la posizione di dove arrivano i raggi gamma e non solo la linea.

L'efficienza della PET è  $10^{-2}$  (che è circa 2 ordini di grandezza migliore della SPECT)

Ma quindi perché non usiamo solo PET? il primo problema è la disponibilità di isotopi radioattivi da legare a una molecola. Nel caso di SPECT abbiamo molte più possibilità di molecole e anche la disponibilità di elementi che emettono positroni (serve un generatore di isotopi radioattivi).

Un lato negativo è che i sensori della PET non sono puntiformi ma hanno una dimensione  $\Delta x$ , allora non ho esattamente una sola linea possibile ma ho molte linee che collegano i 2 sensori. Ho quindi una spaziale resolution.

Potrei fare i sensori + piccoli ma questo significa + soldi, inoltre le patologie sono di zero alcuni mm.

Un altro problema della PET è che noi vediamo dove il positrone si annichilisce e non esattamente dove si trova la patologia. Dalla fisica noi sappiamo che il positron range è di circa 1mm quindi non ci serve avere rivelatori piccolissimi.

Nella PET noi prendiamo anche un Timestamp di quando abbiamo rilevato il raggio  $\gamma$  in questo modo sappiamo che 2 raggi gamma sono detti della stessa annichilazione (arriva il primo raggio  $\gamma$ , apro una finestra di coincidenza (10ns) aspetto per il 2° raggio  $\gamma$ ).

Noi ad oggi riusciamo ad andare a 200ps. (e vorremo andare a 10ps).

Vogliamo migliorare il timing (anche se siamo sicuri di essere nella finestra di coincidenza) perché se siamo molto precisi e prendo il tempo posso distinguere da dove arriva l'annichilazione anche usando una sola linea. (Reconstruction Free PET)

Ad oggi si combinano insieme CT+PET o Risonanza Magnetica e PET.



**Sensitivity:** efficiency of the imaging system to detect the parameter of interest

**Selectivity (specificity):** capability of the system to distinguish the parameter of interest from other possible signals

**Resolution and contrast:** capability of the system to distinguish details of the distribution very close each other and separate regions with different concentrations (to improve contrast, specific contrast agents can be employed)

Queste sono i parametri principali per caratterizzare un sistema di medical imaging.

(Nella PET abbiamo l'annichilazione di un elettrone e un positrone, perciò la totale energia dei 2 raggi  $\gamma$  è  $E = 2mc^2 = 1,02 \text{ MeV}$ , quindi il singolo raggio ha  $511 \text{ KeV}$ )  
 [il 2 c'è perciò ho 2 masse elettrone/positrone]

## Spatial Resolution

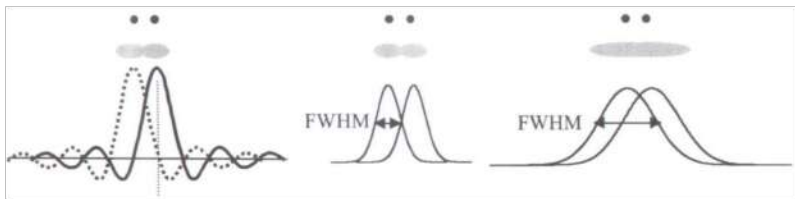
Identificare di 2 oggetti vicini. La Spatial Resolution ha come figura di merito la point spread function. Cioè noi immettiamo un  $\delta$ -like segnale, in uscita zremo un segnale più rilassato (perché niente è ideale).

Abbiamo quindi ricevuto la  $\delta$  response del sistema.

Perciò quando abbiamo un segnale d'ingresso l'uscita sarà la convoluzione tra l'ingresso e la  $\delta$  response, quindi abbiamo che l'uscita è più smooth dell'ingresso.

Ma come si lega questo concetto a quello della risoluzione?

Noi prendiamo la point spread function e prendiamo la FWHM e la misuriamo. Noi non possiamo rilevare la differenza tra 2 punti quando sono più vicini della FWHM.



Se la point spread function è approssimabile con una gaussiana allora

$$FWHM \approx 2,36 \cdot \sigma$$

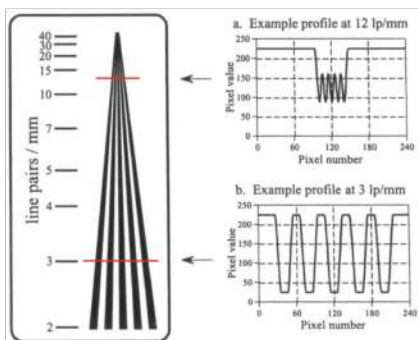
Ha parlato della modulated transfer function, non ci ho capito molto.

Credo che intenda che se il mio segnale è  $\delta$  like allora la mia modulated TF può far passare tutto, se però la mia point spread function è una linea spessa allora la modulated transfer function deve essere un LFF.

Quando non una MTF che fa da LFF invece è la frequenza delle linee che posso distinguere tra loro.

Questo è molto importante in un sistema radiografico quando andiamo a cercarlo.

Per cercarlo noi usiamo una rete così:

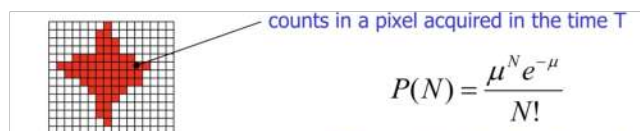


e vediamo fino a quando riusciamo a distinguere tra loro le linee.

La frequenza spaziale è molto maggiore sopra che sotto.

Reporto segnale rumore

Dove  $N$  è il numero di fotoni per pixel. Dato che questo numero non è costante ma è una statistica, allora faccio la distribuzione di Poisson. Io so che la varianza è uguale alla media  $\mu$ , allora

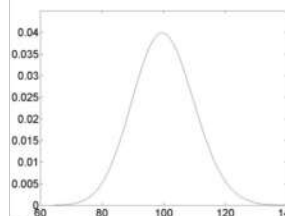


$$P(N) = \frac{\mu^N e^{-\mu}}{N!}$$

$P(N)$ : probability to have  $N$  counts given an average  $\mu$  of counts acquired in the time  $T$

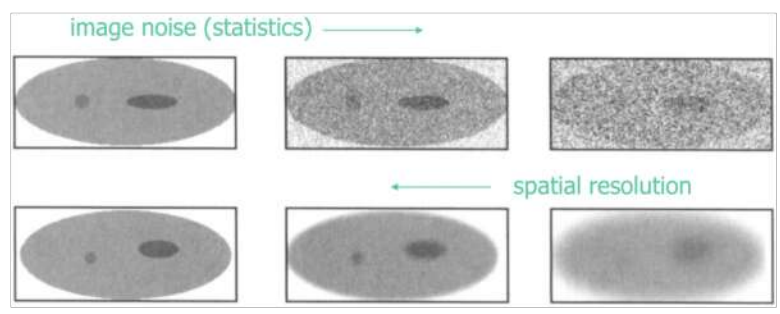
$$\sigma^2 \sim \mu \text{ variance}$$

$$\sigma \sim \sqrt{\mu} \text{ r.m.s}$$



$$SNR = N/\sigma \sim \mu/\sigma \sim \sqrt{\mu}$$

Vediamo che l'SNR dipende dalla statistica  $N$  e che posso aumentare il tempo  $T$  però però il paziente perde un botto di raggi X.  
 Quindi l'SNR dipende sia della spettrale resolution che della statistica.



Raggi X e raggi  $\gamma$ .



Non sempre i raggi  $\gamma$  sono + energetici dei raggi X.  
 Principalmente la differenza tra i 2 è il modo in cui sono generati. I raggi  $\gamma$  sono derivati dal nucleo degli atomi mentre i raggi X dagli elettroni.

**X rays**

Veniva usato in Medicina.

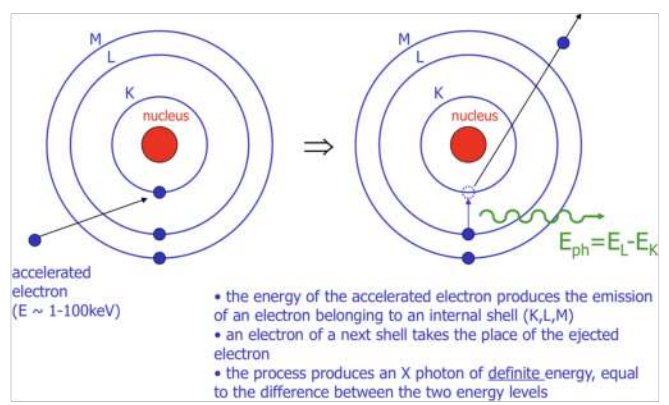
- Energy: 10 eV  $\rightarrow$  1keV  $\rightarrow$  100-300 keV
- origin: fluorescence from atoms, Bremsstrahlung
- applications in medical diagnostics: radiography (conventional, mammography, densitometry, ..., CT)

**$\gamma$  rays**

- Energy: 10 keV  $\rightarrow$  100keV  $\rightarrow$  10MeV
- origin: nuclear emission, annihilation of positrons
- applications in medical diagnostics: SPECT, PET

Ci sono 3 metodi per generare i raggi X.

• Fluorescenza



Ogni orbitale ha un suo livello energetico. Quando acceleriamo un elettrone (very large  $V$  differenza tra 2 petti). Allora un elettrone accelerato può colpire l'altro elettrone dell'atomo.

Dobbiamo riavere l'energia in eV perché è facile lavorare in keV nel caso di raggi X.

Se noi impieghiamo una tensione 100kV tra 2 petti e acceleriamo un elettrone allora questo al 2° petto ha 100keV

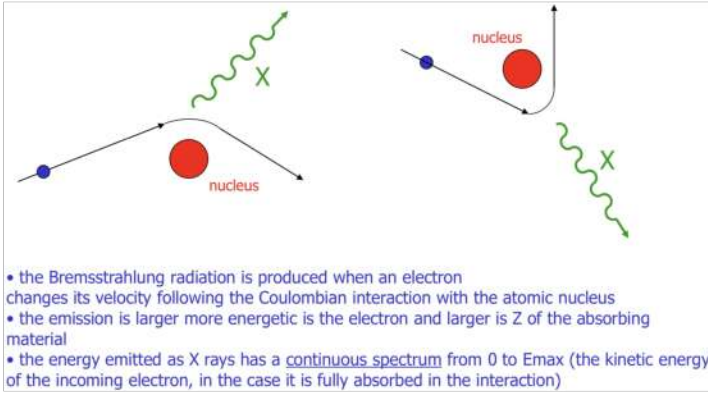
il petto da dove parte l'elettrone è chiamato catodo mentre l'altro è chiamato anodo.

Quando l'elettrone va a scattersi con l'anodo c'è una probabilità (bassissima) che l'elettrone faccia saltare (x energia cinetica) l'elettrone dal suo orbitale. Dato che non un buco su un orbitale succede che un elettrone da un orbitale maggiore scende (questo succede perché l'orbitale minore è a energia + bassa).

Quando l'elettrone scende di orbitale non emette di energia, questa emissione di energia è a energia fissa



## Bremsstrahlung (Frenze)



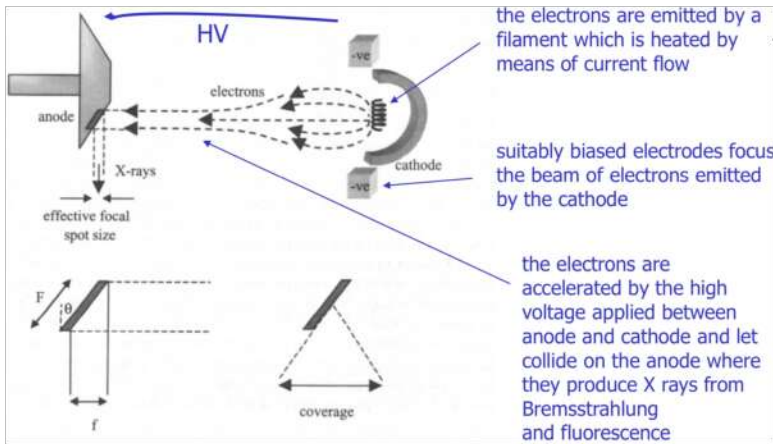
Abbiamo sempre il nostro elettrone accelerato ma in questo caso usiamo un effetto coulombiano. Infatti l'elettrone va vicino al nucleo e a causa dell'effetto coulombiano ha un cambiamento di momento, e quindi ha del rilascio di energia.

In questo caso l'energia non è fissa ma varia dipendentemente dall'effetto del campo coulombiano.

Quindi con questa tecnica ho creazione di

raggi X su una banda continua di energie.

## Tubo a raggi X (ha sostituito il sincrotrone)

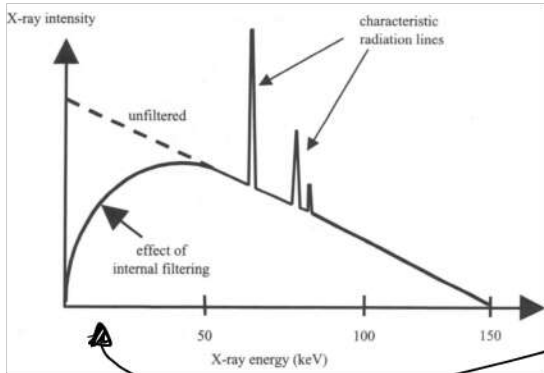


ho generazione di elettroni per generazione termica

Sull'anodo usiamo 1-2 Perovskiti che abbiamo visto precedentemente.

L'anodo nella realtà è rotante, questo perché la generazione di raggi X è molto forte e la maggior parte dell'energia è persa in calore, allora se noi ruotiamo il punto dove batte l'elettrone è sempre in

un punto diverso quindi noi andiamo a scaldare troppo.

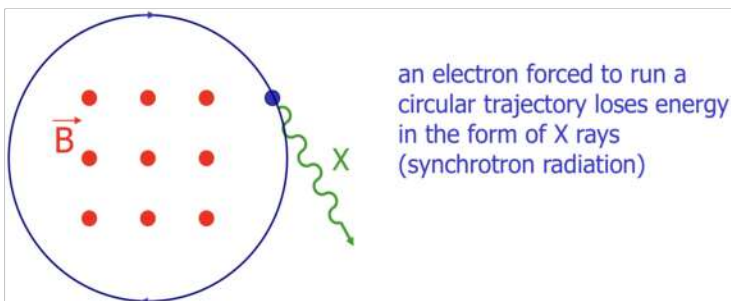


Questo è lo spettro di emissione dei raggi X. la parte continua è data dalla emissione di Bremsstrahlung.

Al catodo i picchi sono dati dalla fluorescenza. Ci sono + linee perché posso avere emissioni da diversi orbitali.

vediamo che 2 basse energie abbiamo un drop, questo è dato da un filtro sia dato dal materiale di X-ray (i raggi X devono uscire dal tubo, lì c'è un materiale, abbiamo assorbimento, inoltre fuori dal tubo abbiamo aria e questa ha comunque un assorbimento)

## Sincrotrone

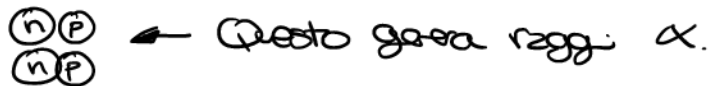


Abbiamo emissione perché acceleriamo l'elettrone con un campo magnetico.

# Radioactive Decay

I raggi  $\gamma$  sono dei fotoni generati dalla radioattività. La radioattività è il cambio spontaneo di un nucleo di un atomo. Questo cambiamento può portare alla generazione (scissione del nucleo) di raggi  $\gamma, \beta, \alpha$ .

Le radiazioni  $\alpha$  è data da un atomo di elio a cui abbiamo tolto gli elettroni



Ma sono perso la parte dei raggi  $\beta$  (che credo siano dati dai positroni) e i raggi  $\gamma$  sono fotoni.

La radioattività è data da una eq differenziale

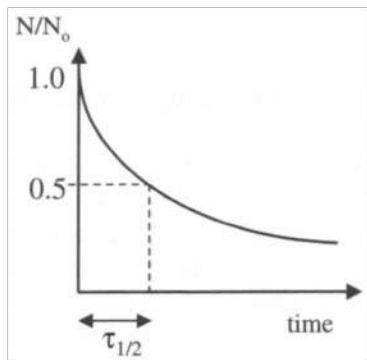
$A = - \frac{dN}{dt} = \lambda N$   
 n. of decay/s

A: activity of the radionuclide (Curie,  $Ci = 3.7 \times 10^{10}$  Bq) (Becquerel = disintegrations/s)  
 N: number of nuclei  
 $\lambda$ : decay constant

A: attività del radionuclide, cioè il rate di quanti raggi ( $\alpha, \beta, \gamma$ ) da in un intervallo di tempo

La derivata in se è negativa perché il numero di nuclei va a ridursi, allora noi mettiamo il meno

$N = N_0 \exp(-\lambda t)$   
 $N_0$ : number of nuclei at  $t=0$

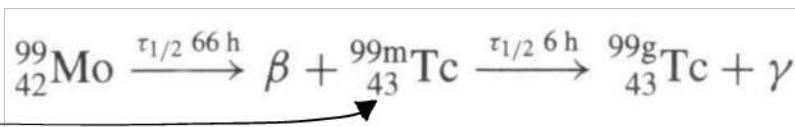


Quando parliamo di un elemento radioattivo un elemento fondamentale è il tempo di dimezzamento

$\tau_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$  (è come la nostra  $\tau$  circa)

è il tempo nel quale metà dei nostri nuclei sono scomparsi.

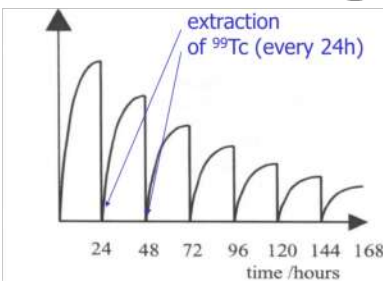
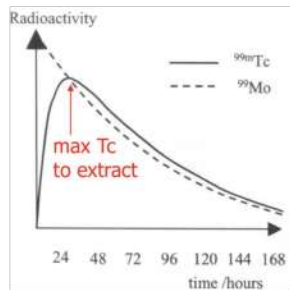
L'isotopo radioattivo + usato in medicina per emettere i raggi  $\gamma$  è il Tecnecio  $^{99m}\text{Tc}$ , che un prodotto del Molibdeno  $^{99}\text{Mo}$



Un neutrone è dirottato in protone ma la massa atomica è rimasta la stessa così fa sì che sto elemento mi produca raggi  $\gamma$ , con un tempo di dimezzamento di circa 6h.

il molibdeno decade piano piano e questo fa sì che il tecnecio va via aumenti in numero.

Ma pensiamo il tecnecio quando è al massimo e poi ripartiamo e fare tutto



Facciamo una roba così



L'energia dei raggi  $\gamma$  del Tecnecio è 140 KeV (che è l'energia della SPECT).

## Discussione sui tempi di dimezzamento e energia dei raggi:

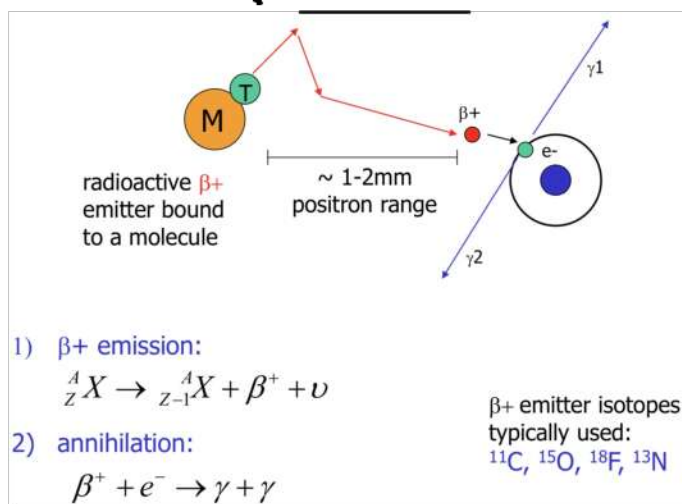
### Few general notes on radionuclides for diagnostics:

- $\tau_{1/2}$  too short  $\Rightarrow$  short time between injection and diagnostics
- $\tau_{1/2}$  too long  $\Rightarrow$  low activity, patient radioactive for too long
- $E_\gamma$  too low  $\Rightarrow$  few rays reach the detector
- $E_\gamma$  too high  $\Rightarrow$  patient 'transparent', difficult detection

140 KeV è un bar compresso

## PET

### Positron Range

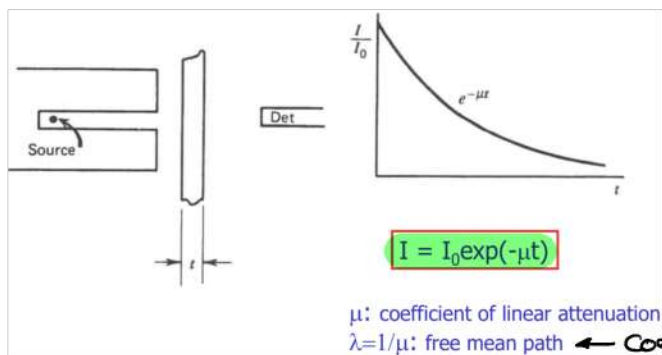


Gli elementi più usati sono questi. Sono isotopi non stabili di questi elementi. Per creare questi elementi abbiamo bisogno di un ciclotrone (acceleratore di protoni)

il problema di questi elementi è che hanno un tempo di dimezzamento molto rapido, allora questi elementi vanno generati all'interno dell'ospedale.

## Interazione delle radiazioni con la materia

Per fare un riletto dobbiamo essere sicuri di bloccare la radiazione.



Non c'è un detector e un materiale in mezzo catturano questi raggi e ne contano in rispetto al numero di emessi.

Vediamo che il numero va come un esponenziale dipendente dallo spessore del materiale

$\mu$  è una proprietà del materiale (tipo il piombo assorbe di più che il legno) In realtà c'è una definizione ulteriore dell'equazione data dal fatto che alcuni materiali hanno densità diverse al loro interno (tipicamente i gas)

$$I = I_0 \exp(-\mu' p t)$$

$\mu'$  depends on three absorption mechanisms:

- 1) photoelectric absorption
- 2) Compton absorption
- 3) production of e-/e+ pairs

$$\mu' = \mu'_{\text{photoelectric}} + \mu'_{\text{Compton}} + \mu'_{\text{pair}}$$

dove  $p$  è la densità del materiale e  $\mu' = \mu/p$ .

Non tipicamente usiamo solo la prima formula perché abbiamo rilettri solidi.

Un materiale assorbe radiazioni per queste 3 cose e il coefficiente  $\mu$  è una combinazione di queste 3.

## Assorbimento Fotoelettrico

Come nel tubo a raggi X, sono raggi così energetici da strappare un elettrone dall'atomo. (I raggi X o  $\gamma$  sono abbastanza potenti da fare questo).

Il nostro interesse oggi però è su cosa succede all'elettrone che viene strappato. Questo elettrone avrà uno scattering (noni colpi) nel materiale fino a quando l'elettrone non perde tutta la sua energia cinetica.

Se vediamo questo sistema come un sistema termodinamico cioè un sistema con energia entrante dai raggi X e l'elettrone che viene in meno nel materiale allora dal punto di vista termodinamico il mio sistema ha assorbito l'energia del raggio.

Questo è estremamente utile perché so che il materiale ora è energizzato allo stesso valore del raggio X. Questo significa che se riesco a misurare la carica del materiale (cioè l'elettrone in scattering cioè mi, ergo carica libera) ho misurato l'energia del raggio X.



Quello che ci rovina la nostra misura è l'emissione di raggi X da parte dell'elemento (cosa che ci andava bene nel caso del tubo a raggi X).

Ma le cose non sono così terribili, infatti abbiamo una grande probabilità che il raggio X sia riassorbito nel materiale.

Anche nel caso che un raggio X scappi dal materiale noi sappiamo che il livello energetico è fisso, e noi sappiamo che nel caso del silicio è 1,74 KeV.

Esistono anche altri negativi dell'effetto fotoelettrico, infatti se plottiamo il coefficiente questo dipende da  $1/E^3$  cioè dall'opposto dell'energia al cubo.

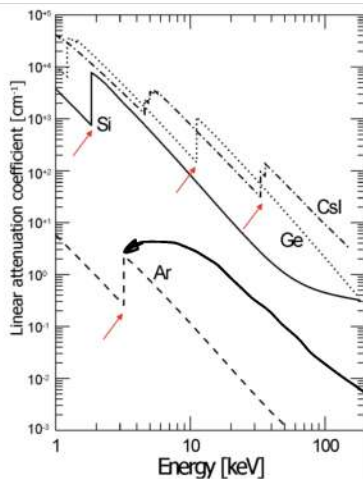
$$\mu'_{\text{photoelectric}} \div Z^n/E^3$$

n: 4-5

⇒ high photoelectric absorption at low E and for materials at high Z

in addition, the absorption is strongly conditioned by "edges" (thresholds of energies sufficient to eject an e- from a given shell K-L-M)

⇒



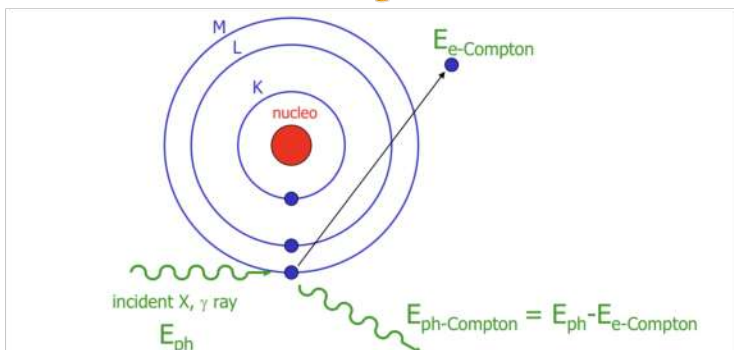
Questo significa che abbiamo meno probabilità di avere un effetto fotoelettrico (è una cosa contributiva ma la fisica quantistica).

Questo succede perché l'elettrone strappato è un'onda e quindi abbiamo qualcosa tipo risonanza per strapparlo via.

Questi spike qua sono dovuti alla "Risonanza di risonanza".

Vediamo che in alcuni materiali abbiamo + spike e questi sono dovuti ai veri orbitali dell'atomo del materiale.

## Compton Scattering



Compton scattering takes place when an incoming photon hits an electron weakly bound to the atom and produces a free electron and a photon deflected of lower energy given by the difference between the initial energy and the one of the free electron (note: also momentum is conserved)

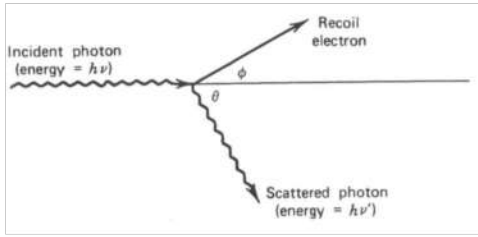
ho sempre che il raggio mi strappa un elettrone ma in questo caso il fotone non scappa come prima ma rimane e va via solo con meno energia cinetica.

Quello che succede all'elettrone strappato è la stessa cosa vista sopra.

il vero lato negativo di questo effetto è che noi possiamo assumere più che l'energia del raggio sia tutta nel materiale perché



ho un fotone che rimbalza e questo ha buona probabilità di saltare fuori dal materiale (molta + probabilità del raggio x di prima).  
 Nella realtà noi possiamo fare sì che il fotone sia riassorbito nel materiale per effetto fotoelettrico. (questo perché il fotone ha bassa energia, quindi credo che se lo faccio girare intorno del bordo del materiale allora ho buona probabilità che sia riassorbito).

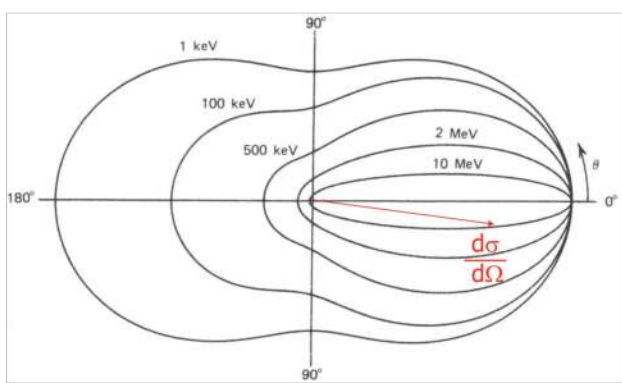


$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_0c^2}(1 - \cos \theta)}$$

Energy of emitted photon

Tutto sto casino per dire che l'energia incidente quella dell'elettrone e quella del fotone e gli angoli devono mantenere il momento.  
 Notiamo poi che maggiore è  $\theta$  minore è l'energia del fotone.

C'è poi la Klein-Nishina formula che mi dice la probabilità che ho di avere un determinato scattering angle  $\theta$ . Esiste un plot di questa formula.



Due la probabilità è data dalla lunghezza del vettore rosso.  
 Vediamo che a basse energie il fotone ha probabilità circa di andare in tutte le direzioni mentre ad alte energie è molto più probabile che l'elettrone abbia piccoli  $\theta$ . (come da alcuni dritti)  
 Questo ci va da dire quando dobbiamo progettare il sensore perché così lo estendiamo solo nel verso più probabile.

### Elastic Scattering (Rayleigh)

ho cioè un urto elastico e il fotone tiene tutta l'energia e viene rimbalzato via (non ho generazione di elettroni)

Nel caso medico abbiamo che un raggio  $\gamma$  generato nel corpo con una direzione non rilevabile da noi che però fa Compton scattering e quindi viene mandata su al rivelatore.

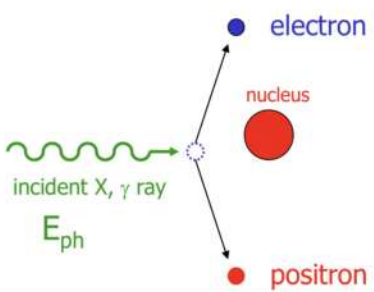


Un modo per capire se questo succede è il fatto che noi sappiamo che il fotone generato con il Compton scattering ha perso energia e quindi noi vediamo che se ha meno di 110 keV allora lo eliminiamo.  
 Se tuttavia questo succede con Rayleigh scattering

allora l'ho persa nel cubo perché in quel caso il fotone ha mantenuto tutta l'energia.  
 La probabilità che questo succeda non è piccola, anzi, soprattutto per il Compton.

### Generazione di Coppie

one photon with energy larger than the double of energy of the electron at rest ( $2m_0c^2=1.022\text{MeV}$ ) in the Coulombian field of a nucleus has a given probability to create an electron-positron pair



è l'opposto dell'annichilazione nella PET: il fotone sparisce generando una coppia elettrone positrone.

l'energia per creare l'elettrone e il positrone è

$$2m_0c^2 = 1,022\text{MeV}$$

(il 2 perché abbiamo sia elettrone che positrone)

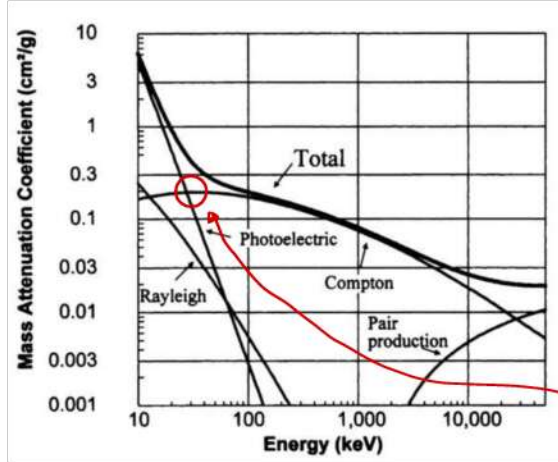
In questo meccanismo abbiamo il limite di 1,022MeV, cioè questo fenomeno accade solo se il fotone ha  $\geq$  di questa energia.

Se il fotone ha  $<$  energia di quella che serve  $\emptyset$  problemi, diventa solo energia cinetica che 2 particelle.

Questo fenomeno avviene soltanto nelle vicinanze del nucleo, questo avviene perché la vicinanza del nucleo permette il mantenimento del momento (coppie)

[Numeri da ricordare 140 KeV (della SPET) e 1,022 MeV per la PET (511 KeV per il singolo raggio  $\gamma$ ) vediamo che i raggi  $\gamma$  della PET sono molto più energetici]

### Come si combinano tutte queste generazioni in un materiale?



Come abbiamo visto con l'effetto fotoelettrico accade con l'aumentare dell'energia. (sopra i 100 KeV è trascurabile)

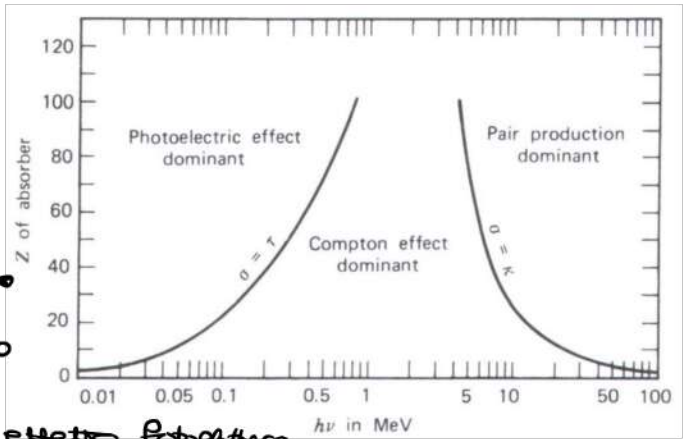
Più abbiamo che nelle energie intermedie Compton è l'effetto dominante

Ad alte energie abbiamo la generazione di elettrone/positrone.

Un punto fondamentale è quando l'effetto fotoelettrico supera l'effetto Compton

In questo grafico vediamo che il punto dove l'effetto fotoelettrico e = al Compton dipende dal numero atomico  $Z$  e il  $n^\circ$  atomico + il punto d'intersezione si trova ad alte energie mentre l'effetto di Pair production va a energie sempre + piccole.

è il  $n^\circ$  atomico



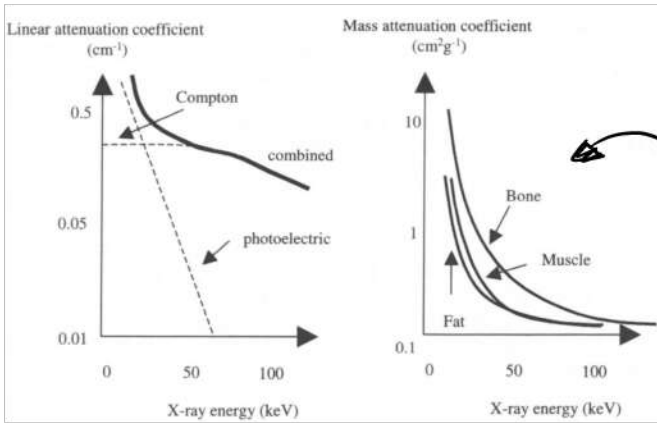
Questo è importante perché noi vogliamo l'effetto fotoelettrico così tutta l'energia è riutilizzabile. Allora se vogliamo essere sicuri di avere effetto fotoelettrico dominante, allora devo prendere un materiale con alto  $n^\circ$  atomico.

Nella PET abbiamo il Compton è circa dominante, dovremo avere un senso con un



alto n° atomico per avere effetto fotoelettrico.

Guardando in modo specifico la radiologia (ergo basse energie), allora abbiamo un grafico del tipo



Ma non vediamo nemmeno l'effetto di generazione tuttavia vediamo con l'effetto fotoelettrico solo a basse energie

Questo grafico mostra la mass attenuation coefficient in base a componenti del corpo. Vediamo che le ossa hanno un grande valore e per questo che vediamo le ossa nere (perché hanno assorbito i raggi).

### Detectors per raggi X e $\gamma$ .

(il sensore per raggi X e  $\gamma$  è diviso in modo specifico detector)

Un detector colleziona l'energia di un segnale e la converte in un segnale elettrico. Sono utili per calcolare l'energia, il punto d'interazione e l'intervallo di tempo in cui è avvenuto il segnale.

Esistono 2 tipi di sensore

#### Detectors with direct conversion:

the energy of the photon is converted in a given quantity of electric charge directly on the detector material. This charge is collected at an output electrode of the detector.

← Ionizing sensors

#### Detectors with indirect conversion:

the energy of the photon is converted in another physical quantity (e.g. visible photons) and a secondary detector (a photodetector, in the example) is necessary to convert the second physical quantity in an electrical signal.

← Ad esempio scintillators

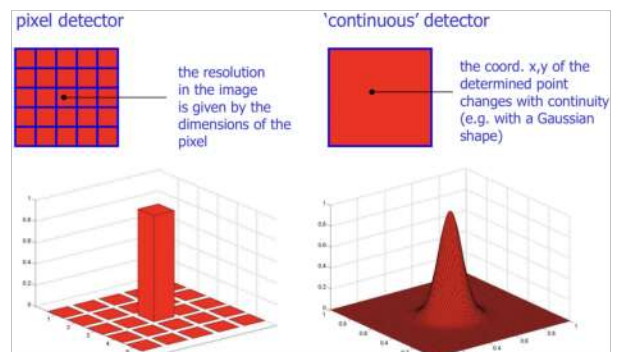
Oltre ai fotoni potremo trasformare i raggi  $\gamma$  in un aumento di temperatura del materiale.

Quando ne usiamo uno o l'altro. Ma diremo di usare sempre quello diretto ma ci sono delle difficoltà. Infatti l'oggetto sensore deve essere in grado di stoppare i raggi  $\gamma$  e creare la carica. (questa non è una proprietà molto comune per i materiali). Quindi non è facile creare un direct conversion detector.

Al contrario questo non succede in quelli indiretti perché ci basta un buon materiale per stoppare la radiazione e un altro per rilevarla. (in medical imaging use water quanta tecnica). Il lato negativo di questa tecnica è che abbiamo 2 processi fisici diversi, 2 diverse statistiche che fanno sì di deteriorare l'SNR (L'SNR è meglio nei detector diretti).

### Imaging Detector

Ci sono dei detector evoluti che con un unico sensore riescono a capire dove c'è stata l'interazione. Oltre a questi c'è sempre il caso a pixel. La cosa bella del sensore unico è che se vero di poco la posizione dell'interazione posso "vederla" mentre nel pixel



rimango sempre dietro lo stesso pixel.

La spaziale resolution è legata alla FWHM come mezzo detto

Energy resolution: Mi ha permesso a ricostruire l'energia come un delta perfetto ma ha uno spread. Anche in questo caso posso prendere la FWHM dell'energia.

Per noi  $E_0$  può essere 140 KeV o 511 KeV.

La risoluzione relativa è la FWHM fatto l'energia  $E_0$ , è una Rgva di merito che troviamo nei cataloghi di materiali medici.

Tipicamente per la SPECT è 10%. Seppure questo numero è importante perché sappiamo quanta è l'incertezza della nostra rilevazione dell'energia. Perché possiamo sapere se rileviamo o meno un evento generato dall'interazione Compton.

### Detection Efficiency

Prima di tutto dobbiamo fermare leggi di:

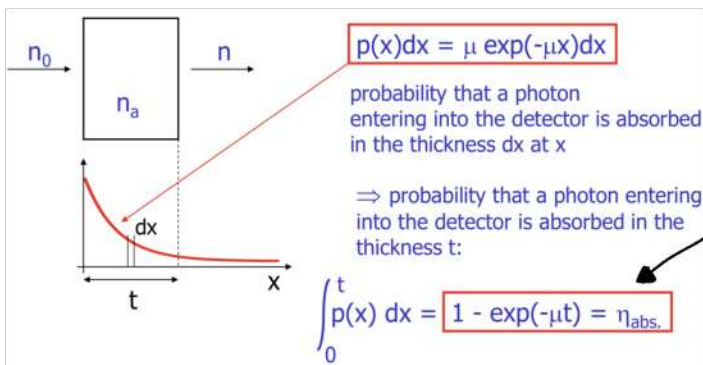
Definizione di detection efficiency

Può essere 100% solo se ho il paziente in una sfera.

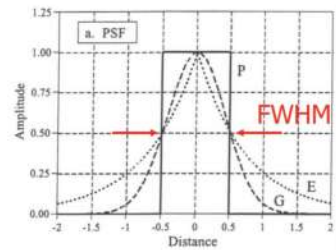
La detection efficiency possono dividerla in 3 componenti

L'efficienza geometrica è data dal rapporto tra il solid angle (come il sensore vede la sorgente) fatto LIT (che è la sfera). il solid angle è approssimabile come Area detector / distanza?

Absorption efficiency: Anche se un fotone entra nel sensore non è detto che il fotone si fermi, è la frazione dei fotoni che si fermano su tutti i fotoni che entrano



Spatial resolution: precision to determine the position of interaction

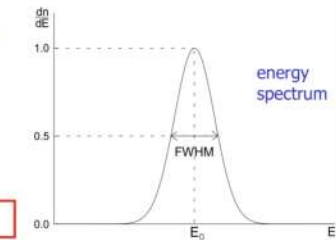


Energy resolution: precision to determine the photon energy

$$G(E) = \frac{N_0}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(E-E_0)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$FWHM = 2.35 \sigma$$

$$R = \Delta E_{FWHM} / E_0$$



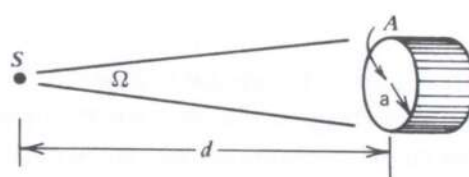
for a given source activity (photon flux), how many (valid) events are generated in the detector?

Detection efficiency = number of detected events/number of events generated by the source

$$\text{Detection efficiency} = \text{Geometrical efficiency} \times \text{Absorption efficiency} \times \text{'Photopeak' efficiency}$$

Geometrical efficiency:

fraction of photons emitted by the source that enters in the detector



$$\eta_G = \Omega / 4\pi$$

$\Omega$ : solid angle under which the detector intercepts the photons =  $A/d^2$

è 1- la probabilità che un fotone passi in un materiale (quella formula che vediamo visto ieri) Capiamo che più lo spessore è grande maggiore l'efficienza è vicino a 1.

Tipicamente mentre l'efficienza geometrica è difficile ma l'assorbimento in medical imaging è molto buona.

Tutti gli elettroni (fotoelettrici, Compton ecc) sono inseriti nel coefficiente  $\mu$ .

Ma vediamo che  $\eta_{abs}$  del silicio è più bassa di quella del germanio, il silicio è abbastanza efficace solo fino a poche decine di KeV.

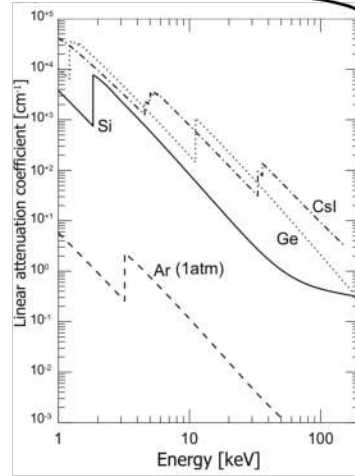
Capiamo quindi che non possiamo usare il silicio per la SPECT o la PET ma solo



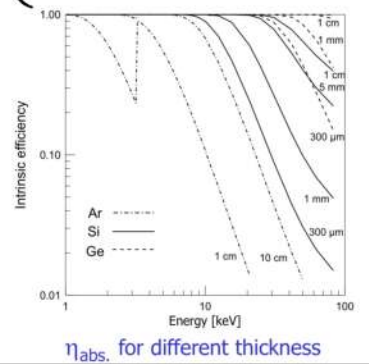
per la radiografia.

In questa immagine vediamo che il germanio è molto bruciato mentre l'argento proprio NO

Il problema del silicio è che non posso fare sensori molto spessi.



linear attenuation coefficient ( $\mu$ ) for different materials used for detectors



$\eta_{\text{abs.}}$  for different thickness

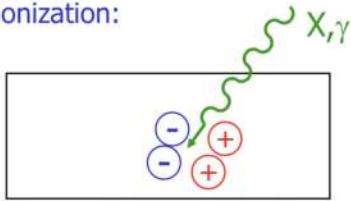
• Protopeak efficiency

è la capacità di un detector di assorbire tutta l'energia e non far scappare roba (tipo con l'effetto Compton). I nostri nemici in questa efficienza sono ovviamente il Compton scattering nel detector, l'altro nemico è il fotone fluorescente dell'esterno fotoelettrico (ma questo è un caso molto raro)

Conversione Energia/Carica elettrica.

for a given energy released by a detected photon, how much charge is created in the detector?

mechanism of generation of carriers by ionization:



- ⊖ electrons
- ⊕ ions (in gas) holes (semiconductors)

Following the photon absorption in the material by one of the possible mechanisms (photoelectric, Compton, e-/e+ generation), the energy absorbed by the material causes the creation of electron-ion (hole) pairs. The creation of couples is related to a chain mechanism of further ionizations started by the first electron to which the energy has been released. The ionizations are due also to the re-absorption of possible fluorescence or Compton photons.

Deve una certa energia quanta carica è generata? Noi facciamo il caso della direct conversion ma non cambia con quella indiretta.

Abbiamo visto che i raggi  $\delta$  o  $x$  possono essere assorbiti in modo diretto e quindi liberare l'energia in modo diretto.

Tuttavia noi sappiamo che la trasformazione dell'energia in carica non dipende dal tipo di effetto con cui è generata.

il modo facile di vedere questo è che è l'elettrone staccato che crea la carica libera quindi ce l'ho comunque.

Posso parlare di energia e carica indipendentemente dal tipo di generazione della stessa.

La formula che esprime questa proporzionalità è dove  $E$  è un fattore di conversione che specifica quanto è buono il mio detector a generare carica data un'energia, questo coefficiente ha dimensione  $[\text{eV}/\text{e}^{-}/\text{h}^+]$ , (quindi quanti eV sono necessari per creare un elettrone/ione)

$$Q = \frac{qE}{E}$$

Minor è l' $E$  maggiore è il numero di cariche che generiamo per una determinata energia e 2 noi ci piace così diminuiamo la statistical spread. (Perché se abbiamo un processo di Poisson allora  $\sigma^2 = N$  quindi  $\sigma = \sqrt{N}$ , quindi nella SNR abbiamo  $\text{SNR} = N/\sqrt{N} = \sqrt{N}$  quindi + grande è  $N$  maggiore è l' $\text{SNR}$ )

il detector ideale è quello con  $E$  più piccolo possibile in assoluto.

Noi vediamo che il silicio è  $E \sim 3,6 \text{ eV}$  per una coppia elettrone/ione (è in media).

Possiamo ripetere questa discussione anche per i sensori indiretti, vedendo quanti elettroni in uscita. Allora posso calcolare un fattore stile E anche in questi casi.

### Vediamo un po' di problemi dei semiconduttori

- Silicon is an optimum material but is efficient only up to 10 -30 keV because of limited thickness that can be depleted in practice
- Germanium has a worse technology and has to be cooled to reduce the dark current [E ≈ 26]
- gas detectors are intrinsically low efficient but they can be still used for X rays because they can be fabricated of large dimensions (even few tens of cm)
- scintillator materials, like CsI (see later), are not able to create charge by ionization but they are also used (indirect conversion) thanks to their high efficiency
- there are semiconductor materials with high Z more efficient than Si (CdTe, HgI<sub>2</sub>, ...), considered with interest in medical imaging. They work fine at room T because of the large energy gap. However, they suffer from charge trapping effects.

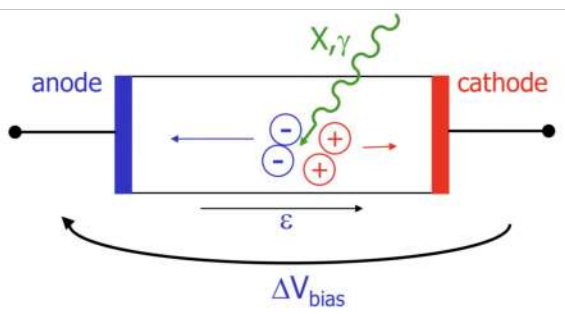
Compound semiconductors: cristalli fatti da 2 atomi

il silicio ha il problema di non essere buono per fermare i raggi x.  
 il germanio ha anche un ottima detection efficiency, ma ha il problema dell'energy band, infatti posso fare promozione di elettroni solo per motivi termici. la cosa negativa in questo è che gli elettroni in banda di conduzione creano una dark current. da noi da una shot noise che non può essere cancellata. L'ammontare della dark current dipende dall'energy gap [t è grande meno ID ho]. Nel silicio ho 1.1eV

ed è abbastanza OK per temperature normali (room temperature). Ma nel germanio l'energy gap è 0.7 eV che è molto poco a room temperature ho troppa ID e' inutilizzabile. Per renderlo utilizzabile dobbiamo andare verso i 200K.

Questo perché il cristallo è fatto di atomi differenti e quindi ho delle trappole dove i portatori si possono intrappolare.

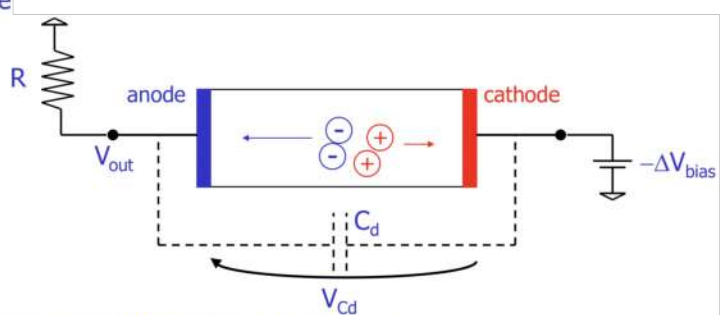
### PRINCIPI BASE DEI DETECTOR IONIZZANTI



the electric field  $\epsilon$  generated by the application of the potential difference is responsible for the separation of the e- from the positive charges (ions or holes) and it makes the e- drift toward the anode and the positive charges toward the cathode

L'elettrone e la lacuna vorrebbero ricombinarsi, perciò immediatamente dobbiamo separarli. Questo è semplicemente fatto mettendo un campo elettrico in modo da far separare gli elettroni dalle lacune. Poi decido io quale dei 2 misurare.

e' come se avessimo un semplice circuito RC, dove C è già carico, poi arriva il mio fotone e mi crea + carica, zura;



when the charges have reached the electrodes:

$$V_{Cd} = V_{Cd\ initial} + \Delta V_{Cd} \quad \Delta V_{Cd} = -|\Delta Q|/C_d$$

(as the charge  $-\Delta Q$  has modified the total amount of charge present on the electrodes of  $C_d$ )

$$\Delta V_{out} = \Delta V_{Cd} = -|\Delta Q|/C_d$$

$$|\Delta Q| = qE/\epsilon \quad \Rightarrow \quad \Delta V_{out} = -qE/(C_d \epsilon)$$

hypothesis: 1) R very large (at the limit  $\infty$ )  
 2) transient of charge of Cd to  $\Delta V_{bias}$  ended  $\Rightarrow V_{out}=0$   
 the charge induced on the electrodes by the motion of the charges acts to modify the voltage across  $C_d$ .  $V_{Cd}$  (initially equal to  $\Delta V_{bias}$ ) decreases and  $V_{out}$  becomes negative (one supposes that the charge induced on the anode does not discharge to ground by means of R)



Le lamine usano direttamente al generatore mentre gli elettroni usano su R e questo fa sì che lo abbiamo una tensione negativa su R.

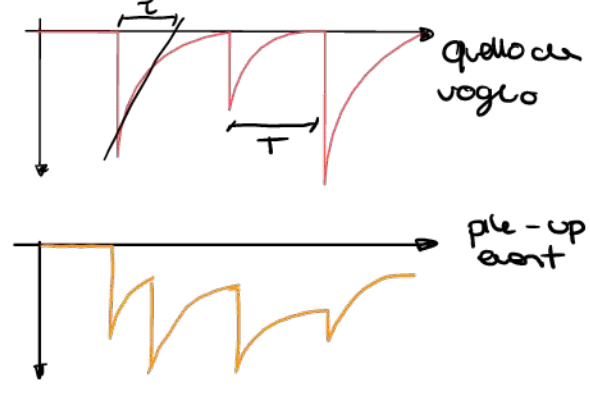
Questa tensione sarà semplicemente  $V = -\frac{\Delta Q}{C}$  (la tensione è negativa perché la carica è negativa)

La cosa da ricordare in modo importante è che l'altra faccia del condensatore è alla stessa tensione di prima.

Non ci ricordiamo che

$$Q = \frac{qE}{\epsilon} \quad \text{allora} \quad \Delta V = -\frac{qE}{\epsilon C}$$

La resistenza ai capi dei condensatori viene eliminata per cui un transistoro del resistore, semplicemente ho una corrente che circola che mi fa la tensione al valore di tensione DC del resistore.

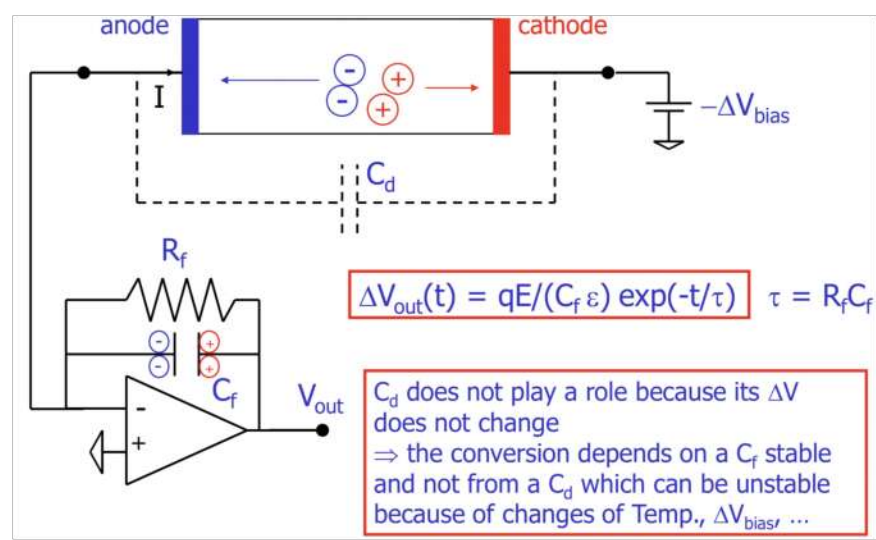


La scarica del condensatore è importante perché deve essere sicuro che il condensatore sia scaricato prima di arrivare il segnale.

Devo fare sì che la  $\tau$  sia piccola abbastanza rispetto alla tipica frequenza degli eventi. Se la  $\tau$  è troppo grande ho il così detto pile-up event.

Tipicamente noi misuriamo  $\tau$  e prendiamo  $\tau$  almeno 3/5 volte maggiore.

Questo tipo di rivelatore è proprio banale, e cioè un lato negativo perché la conversione carica/tensione abbiamo la capacità del sensore stesso che non è detto che sia abbastanza stabile. (Non è affidabile) Noi vogliamo un rivelatore basato su un componente fisico affidabile.



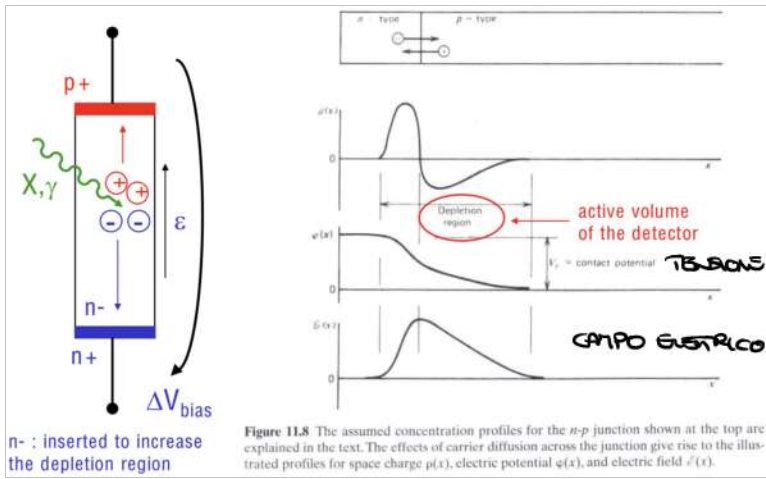
Allora noi usiamo un charge preamplifier (che è stato inventato al polo di Emilio Gatti o)

In questo caso applico l'elettrico field ma la carica non va ad accumularsi sul condensatore  $C_d$  perché ha tensione fissa perché ho terra virtuale, allora gli elettroni possono andare solo sul feedback capacitor, allora creo un impulso e sta tutto e positivo perché l'output ho le lamine.

Ho ancora una sfera del condensatore (che deve avere) dato che ho messo la resistenza  $R_f$ . (devo avere la scarica perché altrimenti ho il pile-up).

Una cosa che dobbiamo sapere è che le cariche non arrivano simultaneamente ai piatti del condensatore e quindi non ho che la tensione sale impulsivamente ma no delle rampe.

# PN diode semiconductor detector



In realtà in medicina non sono molto usati perché come abbiamo visto l'altro giorno il silicio non è il top.

Mettiamo la giunzione PN in inversa così abbiamo la regione depletata + ampia



La zona depletata è il detector perché

quando abbiamo interazione in zona depletata creiamo un elettrone lacuna, se questi ci creassimo non in zona depletata avremmo due e inutile perché ci sono già molte cariche. Nella zona depletata per definizione non ci sono cariche libere. Quando progettiamo un sensore facciamo in modo che la zona depletata sia la + grande possibile, per fare questo facciamo una giunzione P-N.

Come abbiamo detto prima il silicio non è un buon materiale di rivelazione orizzonti.

absorption efficiency for X rays:

thickness	efficiency
1 mm	40% at 30keV
	10% at 50keV
1 cm	90% at 30keV
	40% at 80keV

voltage required for the depletion of a thickness  $x_d$ :

$$V_{depl} = x_d^2 \frac{qN_{dop}}{2\epsilon_0\epsilon_r}$$

$\epsilon_0 = 8.8 \cdot 10^{-14} \text{F/cm}$   
 $\epsilon_r = 11.7$   
 $N_{dop} \sim 10^{12} \text{ dopants/cm}^3$

thickness	$V_{depl}$
100 $\mu\text{m}$	7.8 V
300 $\mu\text{m}$	70 V
1 mm	780 V
1 cm	78 kV (!)

use of Si pn detectors limited to E of few tens of keV

questo perché la deplezione reagiva è troppo piccola. Ad esempio deplezione regione di 1mm abbiamo. Sono comunque energie piccole.

In ogni caso non riusciamo ad avere depletata layer così grandi perché ci servono tensioni molto alte (le ricaviamo dalla formula qui accanto, vediamo che la tensione va con il quadrato dello spessore)

Vediamo che nella formula della depletazione abbiamo che dipende dal drogaggio. Se diminuiamo il n° di dopanti allora abbassiamo anche la tensione. Tuttavia non possiamo scendere sotto un drogaggio di  $10^{12} \text{ dopants/cm}^3$ . Capiamo quindi che non il silicio non è tanto utile. Se volessimo fare + giunzione P-N e poi + sensori zero possiamo fare il microstrip detector.

## Scintillatore

Photodetectors:

- photomultiplier (PMT)
- Photodiode (PD)
- avalanche photodiode (APD)
- Silicon Photomultipliers (SiPMs)

it converts the energy of the X,  $\gamma$  ray in a flash of visible photons which are converted in charge by a photodetector (indirect conversion)

Gamma Camera a pixel	Anger Camera
<p>Pros: Individual pixel detection Cons: Segmented scintillator N photodetectors = N pixels (pixel = res.)</p>	<p>Pros: Monolithic scintillator Lower N photodetectors (pixel &gt; res.) Cons: Signals from multiple <math>\gamma</math> overlap</p>

Splitto il problema del detector e quello della generazione di carica.



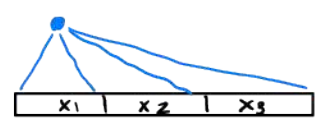
Tenete lo scattering ho generazione di fotoni visibili e quindi con un normale photodetector mi metto a misurarli.

Lo scintillatore è solo un pezzo inerte di materiale non dobbiamo metterci nessuna tecnica né niente. Posso prendere tipo 10cm di scintillatore senza problemi perché non obbediscono a nessuna legge elettrica tipo la dopata region.

Gli scintillatori si usano per cose che hanno gamma camera. Ci sono 2 metodi per fare. La prima è pixelata, cioè è l'idea di tutti piccoli scintillatori, il vantaggio di questa tecnica è che ogni pixel lavora da solo, cioè ogni pixel ha il suo amplificatore. Gli svantaggi sono che i pixel sono piccoli e la costruzione degli scintillatori così piccoli è un po' un casino. Inoltre la spatial resolution è la mia pixel size. Quindi se voglio + risoluzione devo fare cristalli + piccoli che è un casino. Inoltre ho che ho un ampli x ogni pixel quindi se voglio area + risoluzione devo area zone + ampli.

L'altra tecnica è usare un cristallo monolitico (che costa meno) e usare un piccolo array di photodetectors. Quando arriva un raggio  $\gamma$  questo fa della luce che si spande su diversi photodetectors. Su ogni photodetector ho un segnale dipendente dalla zona equivalente vista dal punto di interazione della luce.

Tenete un calcolo del centro di gravità della nuvola di luce



$$\bar{X} = \frac{X_1 \cdot N_1 + X_2 \cdot N_2 + X_3 \cdot N_3}{N_{TOT}}$$

I photodetectors sono usati per costruire la distribuzione della luce.



Dove N è il numero di fotoni rilevati

Il grande vantaggio di questa tecnica è che non ho bisogno di una dimensione specifica dei photodetector. Perché è la ricostruzione

di un centroide (non è come prima). Inoltre viene fuori che la spatial resolution ottenuta con questa tecnica (ottimo un point spread function) è uguale a quella del pixel ma usando photodetector molto più grandi.

In linea generale possiamo ottenere una  $\frac{FWHM}{PIXEL} \sim \frac{1}{10}$

Cioè possiamo avere un photodetector 10 volte + grande di quello che vogliamo la nostra spatial resolution. Tramite questa tecnica noi usiamo molto meno elettronica, in particolare un letto 100. (10x10)

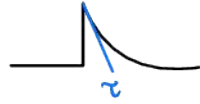
Lo svantaggio di questa tecnica è che se abbiamo 2 raggi  $\gamma$  che arrivano nello stesso momento ho che i 2 segnali si sovrappongono ed è un casino separare le 2 nuvole di dati (machine learning).

### Fisica dei scintillatori

Ci sono 2 categorie. Quella organica fatta da molecole (plastica), le molecole sono messe in un letto di eccitazione e quindi l'elettrone ottiene per scattering va in giro e fa eccitare le molecole e quindi queste vengono promosse a un + alto livello di eccitazione. Dopo x tempo le molecole tornano al livello base e rilasciano fluorescenza. Abbiamo zone la fluorescenza che viene istantaneamente. A noi interessa la fluorescenza, la fosforescenza è un po' una pena (rimane).

L'emissione della fluorescenza è veloce, viene emessa con una curva di esponenziale decrescente.

$$I = I_0 e^{-t/\tau}$$



La luce segue l'esponenziale decrescente nel tempo.

La costante di tempo è  $\tau \sim ns$  nei scintillatori organici (che sono molto veloci)

L'altra figura di merito è la conversione efficiency che mi dice quanti fotoni sono creati dalla l'energia del fotone in ingresso.

$$\eta = \frac{N_{ph}}{E [keV]} \quad \text{tipicamente ha dimensione di } \left[ \frac{\text{photon}}{\text{MeV}} \right] \quad (\text{più alto è il numero meglio è})$$

Voglio il numero di fotoni alto perché  $SNR = \sqrt{N_{ph}}$  quindi lo voglio alto.

Al posto di scrivere  $\eta$  così potete anche fare un bilancio energetico tra l'energia entrante e l'energia di tutti i fotoni.

Io so che l'energia di un fotone è  $E_{ph} = \frac{hc}{\lambda}$ , quindi facciamo

$$A = \frac{E_{ph}}{E [keV]} \approx 0,11 \quad \text{nel caso del Sodium Iodide} \quad \begin{matrix} \text{Cesum Iodide} \\ (= 0,15 \text{ nel caso del CsI}) \\ (36\% \text{ meglio}) \end{matrix}$$

$$\text{mentre } \eta_{[NaI]} = 38 \cdot 10^3 \text{ ph/MeV} \quad \text{e} \quad \eta_{[CsI]} = 65 \cdot 10^3 \text{ ph/MeV} \quad (71\% \text{ meglio})$$

A quale dei 2 valori devo credere? Devo credere a  $\eta$  perché quello che ci interessa sono il numero di fotoni emessi con l'efficienza del trasferimento energetico. Infatti per 10 trasferimenti i fotoni generati con un PVT o photodetector che usano il numero di fotoni con l'efficienza del trasferimento energetico.

Però devo dire che i fotoni generati abbiano comunque abbastanza energia da essere rilevati/moltiplicati.

Ci sono poi i scintillatori inorganici che sono cristalli non molecolari e hanno bande di valenza come i semiconduttori.

Il principio di funzionamento è uguale a quello di prima solo che dopo essere stati eccitati ci sono due diparti dove l'elettrone promosso viene messo e poi per fluorescenza tornare alla banda base (Questo serve per non si sa perché è proibito andare direttamente da banda di conduzione in giù verso la valenza per fluorescenza) il vantaggio è che fanno + elettroni, lo svantaggio è che sono + lenti.



Come scegliamo un scintillatore per la nostra applicazione

Densità [g/cm<sup>3</sup>] + altro è meglio

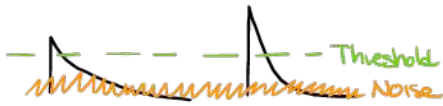
	Specific Gravity	Wavelength of Max. Emission	Refractive Index	Decay Time (μs)	Abs. Light Yield in Photons/MeV	Relative Pulse Height Using Bialk. PM tube	References
<b>Alkali Halides</b>							
NaI(Tl)	3.67	415	1.85	0.23	38 000	1.00	
CsI(Tl)	4.51	540	1.80	0.68 (64%), 3.34 (36%)	65 000	0.49	78, 90, 91
CsI(Na)	4.51	420	1.84	0.46, 4.18	39 000	1.10	92
LiI(Eu)	4.08	470	1.96	1.4	11 000	0.23	
<b>Other Slow Inorganics</b>							
BGO	7.13	480	2.15	0.30	8200	0.13	
CdWO <sub>4</sub>	7.90	470	2.3	1.1 (40%), 14.5 (60%)	15 000	0.4	98-100
ZnS(Ag) (polycrystalline)	4.09	450	2.36	0.2		1.3*	
CaF <sub>2</sub> (Eu)	3.19	435	1.47	0.9	24 000	0.5	
<b>Unactivated Fast Inorganics</b>							
BaF <sub>2</sub> (fast component)	4.89	220		0.0006	1400	na	107-109
BaF <sub>2</sub> (slow component)	4.89	310	1.56	0.63	9500	0.2	107-109
CsI (fast component)	4.51	305		0.002 (35%), 0.02 (65%)	2000	0.05	113-115
CsI (slow component)	4.51	450	1.80	multiple, up to several μs	varies	varies	114, 115
CeF <sub>3</sub>	6.16	310, 340	1.68	0.005, 0.027	4400	0.04 to 0.05	76, 116, 117
<b>Cerium-Activated Fast Inorganics</b>							
GSO	6.71	440	1.85	0.056 (90%), 0.4 (10%)	9000	0.2	119-121
YAP	5.37	370	1.95	0.027	18 000	0.45	78, 125
YAG	4.56	550	1.82	0.088 (72%), 0.302 (28%)	17 000	0.5	78, 127
LSO	7.4	420	1.82	0.047	25 000	0.75	130, 131
LuAP	8.4	365	1.94	0.017	17 000	0.3	134, 136, 138
<b>Glass Scintillators</b>							
Ce activated Li glass <sup>†</sup>	2.64	400	1.59	0.05 to 0.1	3500	0.09	77, 145
Th activated glass <sup>†</sup>	3.03	550	1.5	~3000 to 5000	~50 000	na	145
<b>For comparison, a typical organic (plastic) scintillator:</b>							
NE102A	1.03	423	1.58	0.002	10 000	0.25	

Dobbiamo ricordare solo i parametri generali e cosa comporta.

- Lo scintillatore non emette luce monocromatica ma tutta l'energia in un range di lunghezze d'onda. Quello che è riportato nella tavola è la  $\lambda$  dove abbiamo il valore massimo di emissione (probabilità). Questa info è importante perché posso mettere lo scintillatore con il photodetector (che non ha efficienza costante in  $\lambda$ ).

Il sono molto veloci ma hanno pochissima densità.

- Ricordiamoci che gli scintillatori hanno una costante di tempo  $\tau$ , questa è scritta nel grafico. Vediamo che in alcuni casi abbiamo + di 1<sup>a</sup> costante di tempo. Questo significa che l'andamento è come una somma di esponenziali. La percentuale ci dice qual'è il peso di un esponenziale rispetto all'altro. Intuitivamente noi cerchiamo che lo scintillatore + veloce è meglio. (a parità di numero di fotoni).



Vediamo che quello con il  $\tau$  più veloce ha anche un picco più alto quindi riusciamo meglio a distinguerlo dal rumore.

- è il N° di fotoni per MeV, + altro è meglio è perché abbiamo SNR + alto.

Dalla tabella vediamo che non c'è un materiale unico che ha tutte le migliori caratteristiche. Dobbiamo fare dei compromessi.

Vediamo adesso degli esempi nel caso di SPECT e PET.

SPECT  
140 KeV  
no coincidenza

PET  
511 KeV  
coincidenza

Densità alta ma non altissima

Vogliamo + densità dato che è più potente (es BGO, LSO)

Decay time basso ma solo per evitare il pile-up

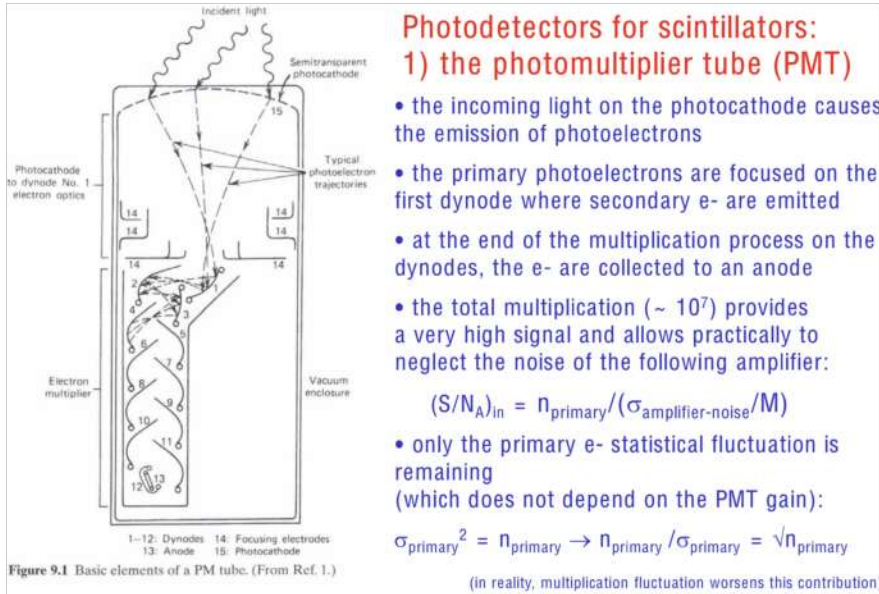
Decay time, molto importante in questo caso dato che dobbiamo fare la coincidenza (BGO non è ottimo, LSO è molto buono)

N° eV/MeV deve essere alto perché qu'energia è minore della PET. (NaI va molto bene, CsI va ancora meglio)

N° eV/MeV, ci basta un valore decente dato che abbiamo molta energia.

LSQ va molto bene per la PET ma il problema è che LSQ è radioricettivo e genera radiazioni (raggi  $\gamma$ ). Ma allora perché viene usato? Perché la PET è basata sulla coincidenza di 2 raggi  $\gamma$ , quindi se cade un scintillatore si accende da solo e noi non cambia niente. (Questo è il motivo per cui vogliamo finestra di coincidenza di 10ns). Questo fenomeno tuttavia sarebbe catastrofico nella SPECT.

## Photomultiplier tube



Abbiamo i fotoni, adesso dobbiamo moltiplicarli e discriminare i veloci.

1 dynode emette elettroni a loro volta tramite il processo della emissione secondaria

Ma perché noi moltiplichiamo il numero di fotoni/elettroni?

Il catodo trasforma i fotoni in elettroni con una certa efficienza  $\eta \approx 30\%$  (nel migliore dei casi). Poi abbiamo la moltiplicazione fatta dai dynode.

Questa catena di elementi prima dell'amplificatore ha un rumore elettrico  $\sigma_A(e^-)$  che rappresenta il rumore prima del nostro ampli.

Dato che abbiamo questo rumore a noi piace avere la moltiplicazione perché così abbiamo + segnale.

Qual'è l'impatto della moltiplicazione sull'andamento statistico dei fotoelettroni?.

Se sappiamo che la generazione di fotoni segue un andamento di Poisson, allora anche quella dei fotoelettroni è così.

Subito dopo il catodo abbiamo che  $S = N_{phe}$  e  $\sigma_{phe}^2 = N_{phe}$  quindi  $SNR = \sqrt{N_{phe}}$

Allora dopo la moltiplicazione se noi calcoliamo l'SNR otteniamo che

$$SNR = \frac{N_{phe} \cdot M}{\sqrt{\sigma_{phe}^2 \cdot M^2}} \leftarrow \text{proprietà statistica} = \frac{N_{phe}}{\sqrt{N_{phe}}} = \sqrt{N_{phe}}$$

Apparentemente la moltiplicazione non ha effetto sul SNR, quindi per noi la moltiplicazione va bene solo per rendere approssimabile il rumore dell'elettronica.

Vediamo che nella realtà la moltiplicazione va a diminuire l'SNR perché la moltiplicazione non è deterministica.

### • Fotocatodo

ha il compito di "trasformare" un fotone in un elettrone.

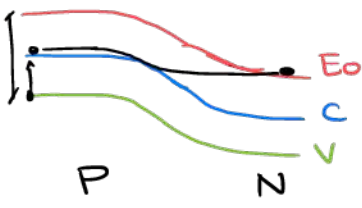
Un fotone ha abbastanza energia per promuovere un elettrone in banda di conduzione. Se fossimo nel silicio basterebbe questo, ma nel fotocatodo dobbiamo estrarre l'elettrone fuori dal materiale, per fare questo dobbiamo elevare l'elettrone fino alla



banda di valenza vacuum level, che è la libertà.

Chiameremo questa regione in questo caso piuttosto che arrivare in banda di conduzione allora capiamo il perché la quantum efficiency non è alta come nei fotodiodi.

Esistono due modi per semplificare l'uscita di elettroni. Questa si chiama negative electron affinity. Questa consiste nel mettere 2 semiconduttori P e N, questo fa sì che le bande alla giunzione si "pieghino" e questo succede anche al livello del vuoto.



Questo fa sì che c'è sia una probabilità non nulla che un elettrone che è andato in banda di conduzione possa andare nella vacuum band quando le bande si piegano. Vediamo che addirittura l'elettrone perde un po' di energia per andare in banda E0 (vacuum level)

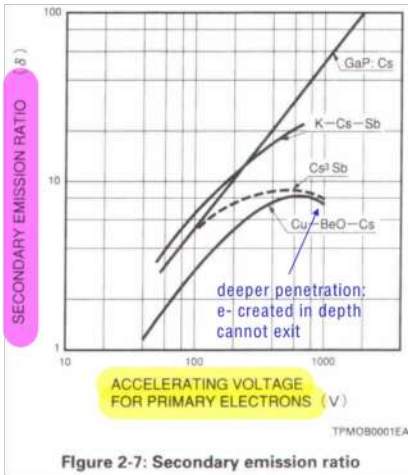
La quantum efficiency (numero di elettroni / numero di fotoni) cala aumentando  $\lambda$  questo perché per  $\lambda$  più grandi abbiamo meno energia e quindi meno probabilità che l'elettrone sia promosso.

La sensitivity è un altro modo di scrivere la quantum efficiency ma in mA/W.

• Dynode

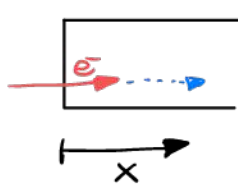
Sono ricoperti da un materiale che tenete ionizzazione emette un numero di elettroni secondari  $\delta$ .

il motivo per cui abbiamo generazione di elettroni è ionizzazione. Questo perché gli elettroni hanno un sacco di energia cinetica e quindi per scattering generano altri elettroni. Questi elettroni lasciano il materiale perché sono attratti dall'altro dynode. Noi ci aspettiamo che il numero di elettroni cresca e siano direttamente proporzionali alla tensione V tra i dynode.



Tuttavia vediamo che questo parametro smette di crescere e anche cala con l'aumento di V.

Abbiamo questo fenomeno perché se consideriamo il dynode nella sua estensione fisica abbiamo che



+ l'energia cinetica è grande + l'elettrone sarà assorbito in profondità nel materiale.

Quindi se anche un elettrone raggiunge il vacuum level questo elettrone è congegnato molto lontano dalla superficie

Quindi l'elettrone può colare diversi elettroni quando

raggiunge verso la superficie e quindi scende in banda di valenza e quindi non uscire più del materiale.

Nei materiali a affinità negativa questo fenomeno è limitato perché i ci avviciniamo alla superficie più le bande si piegano verso il basso (al caso dell'affinità negativa).

total gain =  $\alpha \delta^N$

$\alpha$  = fraction of collected photoelectrons (~1)  
 $\delta$  = multiplication factor of single dynode  
 $N$  = number of multiplication stages

Andamento del guadagno del dynode

$\delta$  fluctuates statistically event-by-event

variance related to 1 dynode (Poisson):  $(\sigma/\delta)^2 = \delta/\delta^2 = 1/\delta$

variance of total G:  $(\sigma_G/\delta^N)^2 = 1/\delta + 1/\delta^2 + 1/\delta^3 + \dots + 1/\delta^N \sim 1/(\delta-1)$

(note: variance dominated by the fluctuations of the first dynode for  $\delta \gg 1$ )

La cosa importante da sapere è che la creazione di elettroni in un dynode è un processo statistico.

La varianza della creazione di elettroni segue un processo di Poisson, quindi  $\sigma = \delta$  quindi  $SNR = \frac{\delta}{\sqrt{\delta}} = \sqrt{\delta}$  (questo per il singolo dynode).

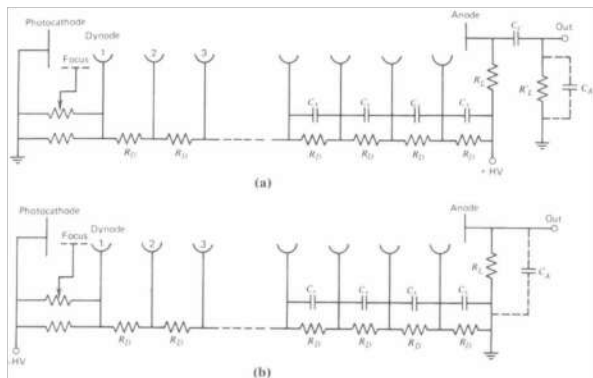
Se vogliamo la varianza di tutti i dynode e' un po' incasinato, in particolare la varianza normalizzata sul gain e'

$$\left(\frac{\sigma_G}{\delta^N}\right)^2 \approx \frac{1}{\delta-1} \quad \text{se } \delta > 1 \quad \text{allora } \left(\frac{\sigma_G}{\delta^N}\right)^2 \approx \frac{1}{\delta}$$

Allora sapendo il guadagno di un singolo dynode ( $\delta$ ) possiamo separare anche la statistica per l'SNR totale. Comincio quindi con il primo dynode e quello che da tutta la statistica del PMT. Questa è una bella notizia perché non abbiamo correlazioni tra tutti gli elementi della moltiplicazione ecc. →

08.06.2022

3h



Questo è il modo con cui facciamo il bias del PMT.

Questo è così perché dobbiamo avere una ddp diversa per ogni dynode.

Lo shift del PMT è che abbiamo tensioni estremamente elevate.

Ricordiamo che gli elettroni si spostano verso la tensione + positiva.

La prima soluzione ipotizzata potrebbe risultare + funzionale perché il photocatode è messo

in contatto con lo scintillatore e quindi non ho troppa antistaticità data che è a 0V. Tuttavia la seconda configurazione conviene perché la read-out electronics è più facile da fare perché così possiamo connettere l'Anode direttamente alla virtual ground, nell'altro caso dovremo fare un decoupling con un condensatore.

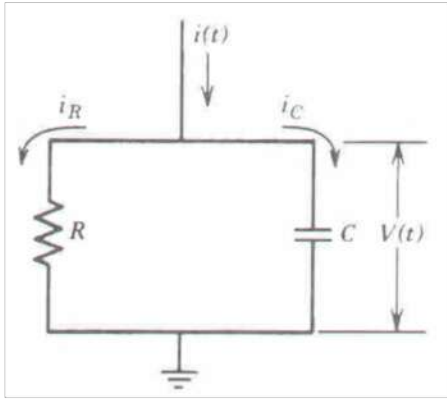
Notiamo poi che in parallelo alla rete resistiva abbiamo dei condensatori, questi servono quando abbiamo un segnale, infatti quando i dynode producono gli elettroni secondari molta corrente viene presa dalla rete resistiva e quindi abbiamo delle variazioni di tensione di bias che dipendono dal segnale.

Questo effetto non ci piace perché induce delle non idealità.

(non mettiamo i condensatori così sono quelli che prevedono istantaneamente la carica, cioè i condensatori prevedono un low impedance path che permette di avere la carica quasi istantaneamente senza passare per le resistenze).



# PMT signal readout (il più basic)



Questo circuito trasforma la corrente in uscita dal PMT in una tensione.

Il condensatore trasforma lo spike di corrente in un gradino e la resistenza scarica il condensatore. (Possiamo considerare sempre questo circuito in feedback del charge preamplifier)

Qual'è la forma della corrente  $i$ ?

Se supponiamo che il PMT sia estremamente veloce allora l'impulso ha la forma dello scintillatore

che zona area = carica totale generata all'znodo. il decay time è  $\tau_s$  quella dello scintillatore.

Quando proviamo questo segnale nella rete otteniamo che la corrente scorre preferibilmente nel condensatore (soprattutto se  $R$  è grande)

Allora il condensatore integra il segnale

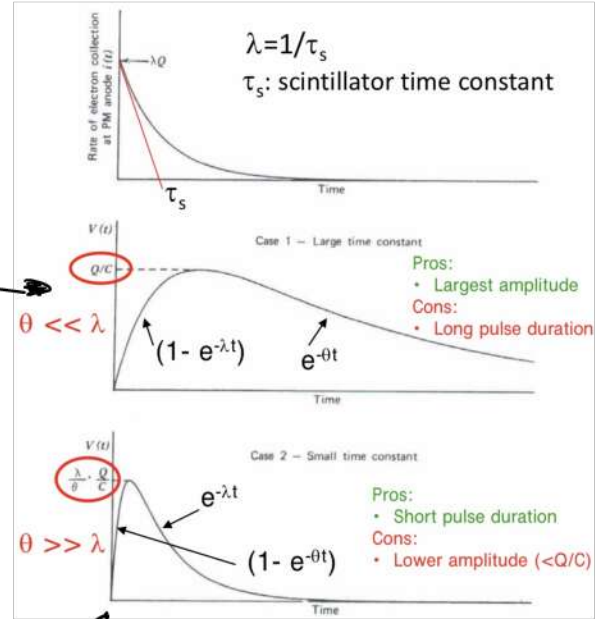
(Questo si ha se  $\tau_{circuit} \gg \tau_{scint}$ )

Possiamo anche calcolare il picco perché se supponiamo che tutta la carica sia integrata nel condensatore allora il picco è  $Q/C$ .

Dopo il picco viene che la tensione scende

come la costante di tempo del circuito  $RC$

il vantaggio in questo caso è che l'ampiezza è molto alta tuttavia la  $\tau$  è grande quindi la coda è molto lunga e rischio il pile-up.



$$V(t) = 1/(\lambda - \theta) \frac{\lambda Q}{C} (e^{-\theta t} - e^{-\lambda t})$$

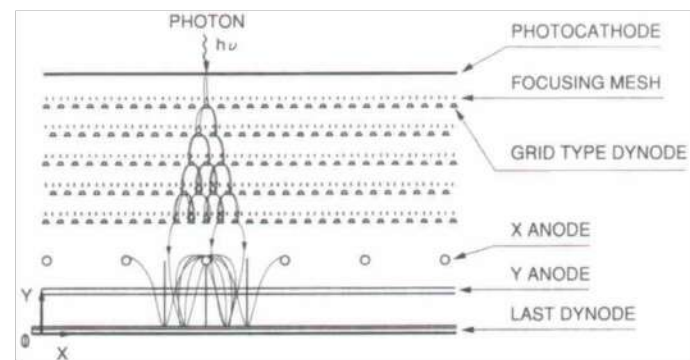
$$\theta = 1/RC$$

Se noi avessimo  $\tau_{circuit} \ll \tau_{scint}$ , in questo caso la salita dell'impulso è dominata dalla  $\tau$  del circuito mentre la discesa dalla  $\tau_{scint}$ .

il vantaggio di questa soluzione è che l' $RC$  comanda solo il rise time e non il falling time che è comandato dallo scintillatore. lo svantaggio tuttavia è che l'ampiezza è diminuita di un fattore dipende dal rapporto tra costanti di tempo  $RC/\tau_s \ll 1$ .

(Intuitivamente abbiamo picco minore perché la corrente inizia a integrarsi nel condensatore ma non riesce a integrare tutta la  $R$  parte già a scaricarlo)

## Position Sensitive PMT

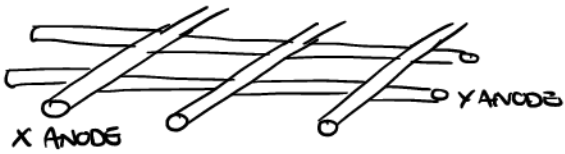


è sensibile pure alla posizione di dove arrivano i fotoni.

Sotto il photocatode abbiamo un array di dynode regolarmente posizionate in modo che lo string point della moltiplicazione sia più uguale per tutti.

Avrà poi uno spread di elettroni che tuttavia non sarà casuale ma dipenderà dal punto dove ho il primo fotone.

il passaggio chiave è che gli anodi non sono un solo grande elettrodo ma sono dei fili messi a griglia



Allora ogni filo avrà il suo read out e quindi posso rilevare lo spread di elettroni (tutti gli elettroni andranno sull' anodo + vicino perché vengono attratti).

Da questa distribuzione poi posso calcolare il centro di massa virtuale della nuvola di elettroni. il centro di massa sarà la posizione del fotone.

Nella realtà gli elettroni non sono presi immediatamente dalla griglia ma sbattono su un dynode finale (nesso sotto l'anodo) e poi questi vengono collettati. Questo di solito si fa per far "arrivare" le cariche per creare un grande segnale nel dynode e usarlo come timing (si esatto nel dynode).

Come possiamo calcolare le coordinate con questo PMT.

Potremo usare un ampu. Resistive per filo (ma è molto costoso) oppure possiamo usare un divider.

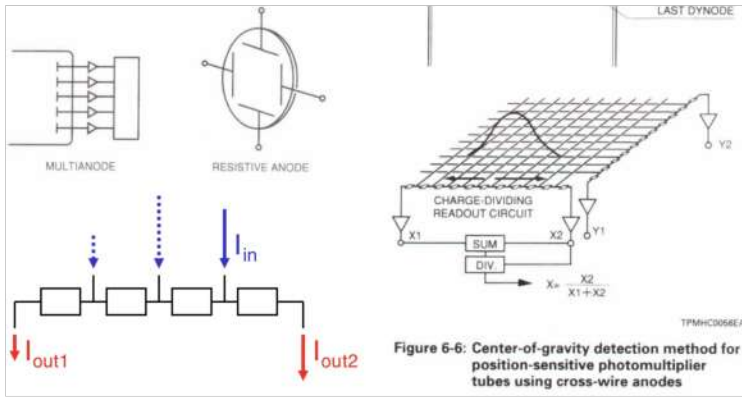


Figure 6-6: Center-of-gravity detection method for position-sensitive photomultiplier tubes using cross-wire anodes

Poi lo leggo solo le 2 estremità di questo divider.

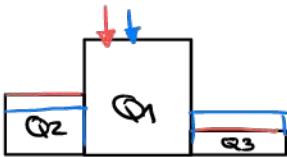
Del partitore di tensione e una corrente è a destra + corrente andrà a destra piuttosto che a sinistra.

Allora noi prendiamo una corrente e la dividiamo per il totale così sappiamo dove circa è spostato il picco.

In questo modo uso solo un amplificatore

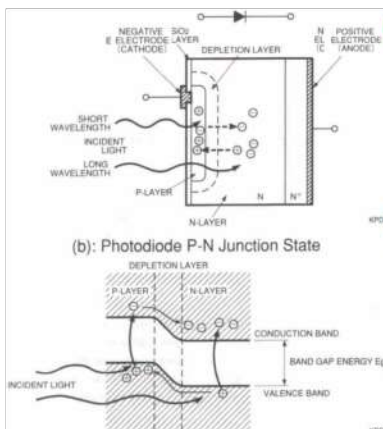
Dz notare che la spetral resolution non è solo la distanza tra gli anodi perché la corrente è distribuita a gaussiana, allora posso avere una spetral resolution minore della distanza tra anodi.

Supponiamo di avere un esempio sottile



vediamo che se anodi spostiamo di poco la posizione del fotone ho che la distribuzione di carica varia e io posso rilevare il cambiamento (anche se il cambiamento è minore della distanza tra anodi)

## Silicon Photodiode



### Advantages vs. PMT:

- higher QE (>80% vs. 30%)
- higher compactness
- lower bias voltage
- insensitivity to magnetic fields
- lower cost

### Disadvantages vs. PMT:

- amplifier noise no more negligible (no multiplication)
- dark current (significant at room T)

Un fotone genera una coppia elettrone lacuna. è diverso rispetto al caso delle radiazioni  $\gamma$ .

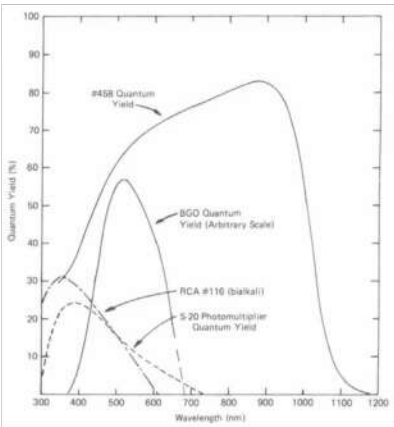
Dipendentemente da  $\lambda$ , l'assorbimento del fotone può essere + vicino o più lontano dall' "ingresso".  $\lambda$  più piccole ho che vengono assorbite prima.

Abbiamo QE più alta perché siamo meno demanding di energia (mando solo in



velenza e non nel vacuum level)

Lo svantaggio + significativo è la dark current che è la promozione random della banda di conduzione a quella di valenza. Questo è trascurabile nei PMT perché mi serve molta + energia per andare nel vacuum level.



Vediamo che la quantum efficiency dei silicon photodiode è bassa a basse  $\lambda$  perché vengono assorbiti troppo vicino alla superficie.

Al contrario i PMT hanno QE buona a basse  $\lambda$ .

Qui vediamo anche in corrispondenza dei  $\lambda$  creati degli sintetizzatori.

**Avalanche Photodiode**

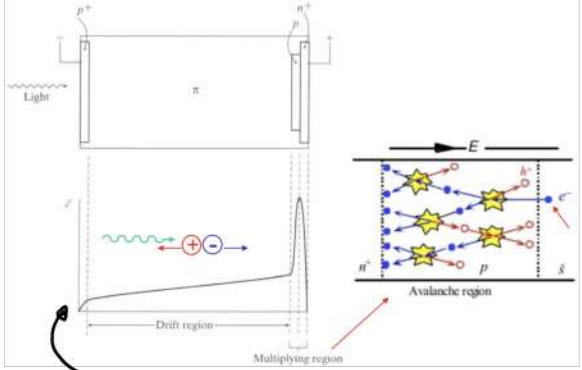
Abbiamo sia moltiplicazione che buona QE.

Abbiamo due elettrodi: uno p+ e uno n+. La luce che entra crea un elettrone lacuna e fino qui ok.

In aggiunta l'APD ha un impianto p vicino all'elettrodo n+. In questo modo abbiamo creato una giunzione PN molto stretta. Quando abbiamo una giunzione PN abbiamo un campo elettrico molto elevato.

Questo spike del campo elettrico crea la zona di moltiplicazione. Questo fa sì che si crei il fenomeno chiamato impact ionization. Un elettrone che entra nel campo elettrico viene accelerato e stecca e riceve un botto di energia cinetica, questo spaventa e crea diversi elettroni lacuna. l'elettrone lacuna creati saranno a loro volta accelerati e così via.

Abbiamo quindi una moltiplicazione nell'ordine delle migliaia (che è minore dei PMT). Ovviamente anche le lacune possono far parte una valanga, tuttavia **se sono le lacune a far parte una valanga il fattore di moltiplicazione è + basso.**



campi elettrici nel APD.

Ovviamente la moltiplicazione non è deterministica non è effetto da uno spread statistico. Inoltre abbiamo anche le curve dark current e anche queste vengono moltiplicate.

output signal  $N_{Sout} = N_S M_{(e^-)}$   $N_S$ : primary e- generated  $M_{(e^-)}$ : multiplication coeff. for e-

variance of the output signal  $\sigma^2_{Sout} = N_S M_{(e^-)}^2 F_{(e^-)}$   $F_{(e^-)}$ : excess noise factor (multiplication due to e-)

**$S/N = N_{Sout} / \sigma_{Sout} = \sqrt{N_S / F_{(e^-)}}$**

$F_{(e^-)} \sim 2-3$

output noise spectral density due to dark current ( $I_D$ )  $= 2qI_D M_{(e^-)}^2 F_{(e^-)}$  this noise component also worsens by a factor  $F_{(e^-)}$  (with respect to  $2qI_D M_{(e^-)}^2$ )

worsened with respect to:  $S/N = \sqrt{N_S}$

Questo è il segnale di output, dobbiamo ricordare che il fattore moltiplicativo cambia se sono elettroni o lacune a iniziare la valanga.

Passa a dire che la varianza dei fotoni prima della moltiplicazione è  $\sigma_{ph}^2 = N_S$  allora dopo la moltiplicazione abbiamo  $\sigma_{Sout}^2 = N_S \cdot M^2 \cdot F$  dato che la moltiplicazione non è deterministica abbiamo aggiunto il termine F, excess noise factor che è  $> 1$

L'excès noise factor  $F = \frac{\sigma_{TOT}^2}{N_s M^2}$  ← Varianza misurata all'output  
 $N_s M^2$  ← Varianza ideale.

Questo è male perché se andiamo a calcolare la SNR (senza dark noise) abbiamo

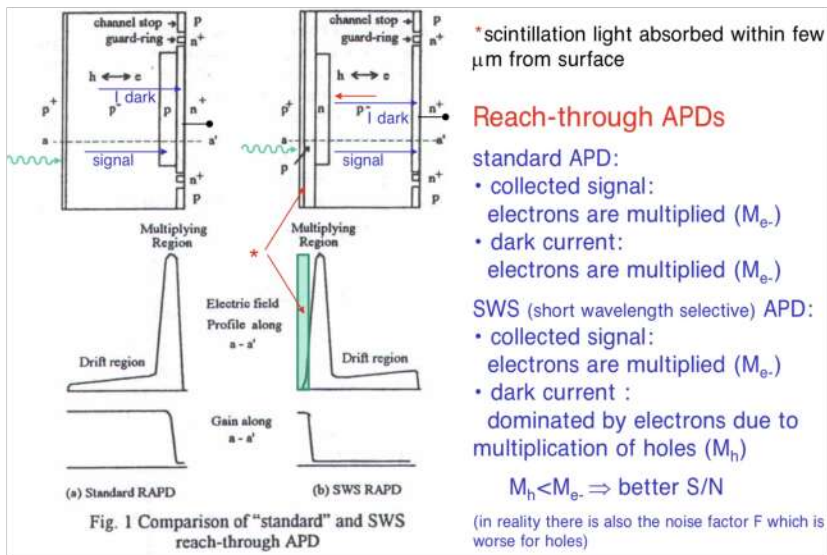
$$SNR = \frac{N_{sout}}{\sigma_{sout}} = \sqrt{\frac{N_s}{F_e}}$$

che è peggio di  $\sqrt{N_s}$  perché  $F > 1$

La statistica della moltiplicazione ci rovina l'SNR.

L'altro problema è la dark current che ha densità spettrale  $2qIDM_e^2 \cdot F$   
 quindi questa è moltiplicata per F.

Come possiamo mitigare questi effetti?

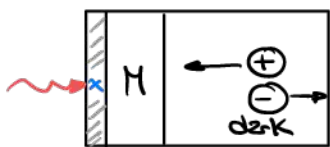


Ma sappiamo che la moltiplicazione delle lacune è minore rispetto a quella degli elettroni.

Se noi facciamo il design del dispositivo in modo che il segnale sia moltiplicato per  $M_e$  mentre la dark current sia moltiplicata per  $M_h$ .

Nella struttura standard (sinistra) dark current e segnale entrano da sinistra e vanno nella stessa direzione.

Al contrario nel nuovo dispositivo abbiamo un'entrata della zona moltiplicativa. (che è a sinistra) quindi se noi consideriamo la nostra dark current zero ma sono le lacune ad andare nella zona moltiplicativa e noi gli elettroni che prima.



Ma cosa succede al segnale? Noi vorremo la velocità di elettroni per il segnale. Dobbiamo quindi avere che i fotoni siano assorbiti nella zona a sinistra della zona moltiplicativa. Così siamo gli elettroni a far partire l'effetto moltiplicativo per il segnale.

Questa soluzione quindi funziona solo a basse  $\lambda$  perché l'effetto funziona solo vicino all'ingresso del device.

**Conventional Reach-through APD**

$$N_{sout} = N_s M_{(e)}$$

$$\sigma_{I\ dark\ out}^2 = \sigma_{I\ dark(e)}^2 M_{(e)}^2 F_{(e)}$$

$$S/N_{dark} = N_s / (\sigma_{I\ dark(e)} \sqrt{F_{(e)}})$$

**Reach-through SWS APD**

$$N_{sout} = N_s M_{(e)}$$

$$\sigma_{I\ dark\ out}^2 = \sigma_{I\ dark(h)}^2 M_{(h)}^2 F_{(h)}$$

$$S/N_{dark} = N_s \times M_{(e)} / M_{(h)} / (\sigma_{I\ dark(h)} \sqrt{F_{(h)}})$$

it is higher than the previous thanks to  $M_{(e)} / M_{(h)}$

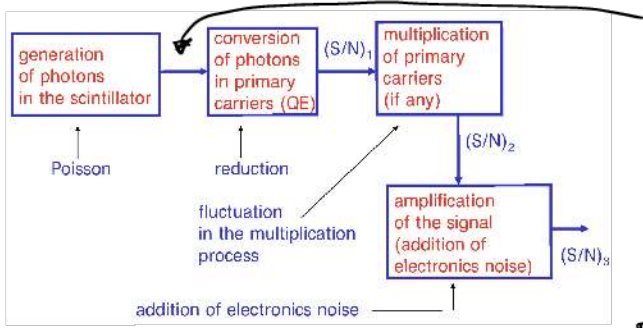
è la SNR considerando solo la dark current.

Nel caso del device "reach-through" abbiamo un  $S/N_{dark}$  + altro dato che il rapporto  $M_e / M_h$  è  $> 1$ . Tuttavia  $F_h > F_e$  (è allora cazzo) (tuttavia è sotto  $\sqrt{\quad}$ )



# Compenazione dei diversi photodetector

Ma quindi ha senso o no moltiplicare?



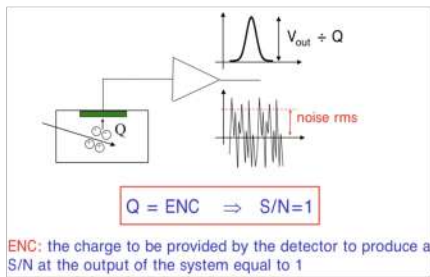
$SNR = \sqrt{Nph}$  da qui le cose possono solo peggiorare, infatti abbiamo la quantum efficiency.

$\sigma^2 = Npne \neq Nph$  c'è la QE di mezzo

quindi  $SNR_1 = \sqrt{Npne} < \sqrt{Nph}$

Più abbiamo la moltiplicazione di cui peggiora l'SNR per l'excess noise Factor. Inoltre più abbiamo anche il rumore.

Trasformiamo l'elettronica noise in una quantità direttamente comparabile con la varianza degli elettroni (carica)



Definiamo l'equivalent noise charge. Abbiamo un amplificatore che è risonante e noi perdiamo l'80% del rumore.

Noi generiamo un impulso sul detector e l'impulso sarà proporzionale alla carica all'input.

Allora noi calcoliamo la carica che mi dà  $SNR=1$  all'output, cioè la carica equivalente che mi produce

la stessa quantità di rumore che ho.

In questo modo abbiamo "definito" il rumore che una carica che è comparabile con il segnale d'ingresso.

Ad esempio se  $ENC = 40e$  allora so già che non potrò mai rilevare 2 elettroni. Allora possiamo riscrivere gli  $SNR$  in funzione dell'ENC.

$(S/N)_1 = \sqrt{N_s}$   $N_s$  : primary carriers generated after photodetection (note: Poisson statistics is applied where the signal is smaller)

$(S/N)_2 = \sqrt{N_s/F}$   $F$  : worsening factor of the statistics of carriers due to the multiplication (e.g. noise factor in APD)

$(S/N)_3 = \frac{N_s M}{\sqrt{N_s M^2 F + ENC^2}} = \frac{N_s}{\sqrt{N_s F + ENC^2/M^2}}$

(In questa slide  $N_s =$  numero di fotoelettroni NON di Fotoni)

A noi ci interessa l' $SNR_3$

Al denominatore abbiamo la somma di 2 varianze. La prima è la varianza del segnale stesso, la seconda è l'ENC.

(che sono indipendenti tra loro allora le sommo)

Ma quindi devo moltiplicare o no? dipende dal peso relativo dei 2 componenti (tra F e M).

Normalizziamo ancora l'SNR per il segnale vediamo che i contributi del rumore vanno uno per  $1/N_s$  e l'altro per  $1/N_s^2$

e quindi capiamo che il rumore elettronico sale come il quadrato del segnale d'ingresso.

infatti se abbiamo segnali deboli ENC diventa dominante allora conviene moltiplicare per essere.

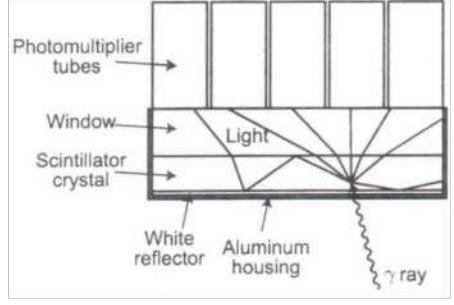
A grandi segnali ENC non è più dominante e quindi non ha senso moltiplicare perché mettiamo l'excess noise factor e mi rovina l'SNR.

$$(S/N)_3 = \frac{N_s}{\sqrt{N_s F + ENC^2/M^2}} = \frac{1}{\sqrt{F \times 1/N_s + ENC^2/M^2 \times 1/N_s^2}}$$

- 1) photodetectors with multiplication improves the component related to electronics noise but worsens the 'statistics' component
- 2) 'electronics' component dominates for low signals with respect to 'statistics' component as  $1/N_s^2$  increases faster than  $1/N_s$  when  $N_s$  decreases ( $\Rightarrow$  for low signals PMT/APD better than PD)
- 3) comparison of APD with PMT:
  - a) APD may have a better 'statistics' component because of the higher number of primary carriers generated  $N_s$  because of the better QE
  - b) it is necessary to compare the multiplication statistics for them (usually better for PMT)
  - c) PMT has  $M$  much larger than APD. Moreover  $ENC^2$  includes the component due to the dark current, which is multiplied by  $M^2$  and therefore is not reduced by the multiplication. This component is usually larger in APDs

### Anger Camera

Prende il nome dell'inventore. Si basa su una tecnica per rilevare la posizione di un raggio  $\gamma$  in uno scintillatore monolitico (no 2 pixel)  
 Noi usiamo i segnali in uscita dai PMT per ricostruire il centroide del raggio  $\gamma$ .



Nella realtà abbiamo anche una parte chiamata window dopo lo scintillatore. Questo è vetro o un quarzo e serve per allontanare ancora di + tra loro i raggi luminosi così usiamo + PMT e possiamo avere una spatial resolution migliore rispetto alla grandezza di un singolo PMT.

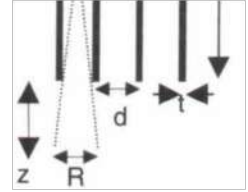
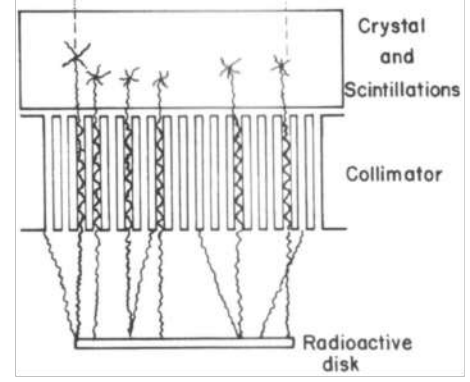
Anche nella Anger Camera si usano i collimatori. Ricordiamo che il collimatore permette il passaggio solo dei raggi  $\gamma$  che sono  $\sim$  paralleli al scintillatore.

Quindi le figure di merito di un collimatore sono 2. il numero di raggi  $\gamma$  che passano vs. quelli che sono soppressi (in pratica è l'efficienza). l'altra figura di merito è la spatial resolution.

Infatti vediamo che i raggi  $\gamma$  un po' non paralleli possono passare nel collimatore. Allora noi deturghiamo cioè risolviamo tutti gli angoli che permettono al raggio  $\gamma$  di passare.

Questo è un po' uno scifo perché quando facciamo la back projection non siamo precisi. (ergo abbiamo una spatial resolution)

Nella geometria delle immagini vediamo che la spatial resolution dipende direttamente da  $z$  che è la distanza tra il collimatore e il paziente.



#### Spatial resolution

$$R_{tot}^2 = R_G^2 + R_i^2$$

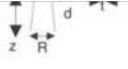
$R_G$  : geometric resolution  
 $R_i$  : intrinsic resolution of the detector

$$R_G = \frac{d(L+z)}{L}$$

#### Sensitivity (efficiency)

$$S = k \left( \frac{d^2}{L(d+t)} \right)$$

$k$  : constant dependent on the detector geometry



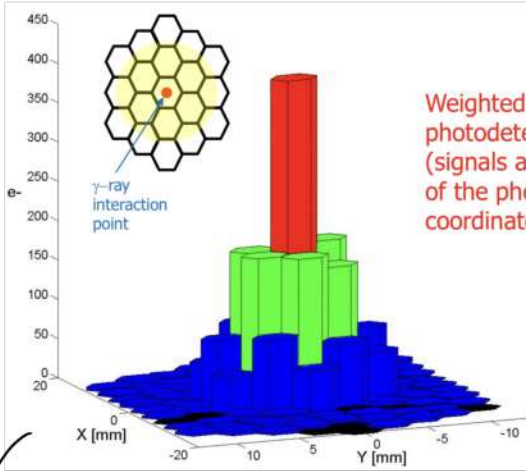
note: for  $d \rightarrow 0$   
 $R_G \rightarrow 0$  but also  $S \rightarrow 0$   
 $\Rightarrow$  resolution  $\longleftrightarrow$  sensitivity

Una cosa importante da ricordare è che la spatial resolution va in modo contrario rispetto alla sensitività (che è ovvio, se faccio il buco + piccolo ho + spatial resolution ma meno sensitività).

La spatial resolution totale sarà anche data dalla nostra capacità di ricostruire la posizione d'interazione



# tecniche di ricostruzione della posizione d'interazione dei fotoni



Weighted sum of the photodetector signals (signals are the weights of the photodetectors coordinates)

$$x_0 = \frac{\sum_i N_i \cdot x_i}{\sum_i N_i}$$

$$y_0 = \frac{\sum_i N_i \cdot y_i}{\sum_i N_i}$$

Example of signals collected by the units of a photodetector array following the absorption of a  $\gamma$ -ray.

Qui abbiamo una 2ger camera fatta da un array di photodetector. E' una forma esagonale. Ma perch' esagonale e non quadrato? La forma esagonale e' la forma migliore per fare la rilevazione della luce (puo' essere dimostrato).

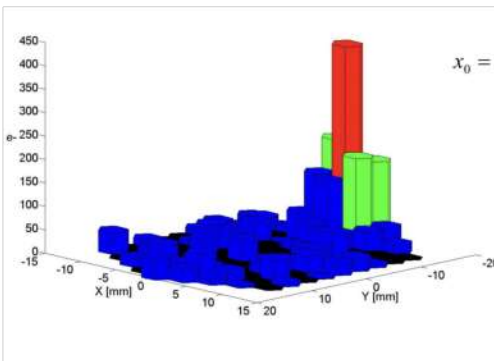
il concetto fondamentale e' che la luce produce diversi fotonelettroni, questi saranno spazialmente e quindi zero o meno segnale su uno e sugli altri PMT.

Questa simulazione e' stata fatta con un raggio  $\gamma$  esattamente sparato sul centro, ma a causa della statistica non abbiamo esattamente il picco centrale e anche nei segnali attorno al centrale abbiamo uno statistical spread.

In uscita dai segnali sui diversi photodetector dobbiamo riuscire a ricostruire il centro. il modo + facile per farlo e' fare una somma pesata tra le coordinate e il numero di fotonelettroni.

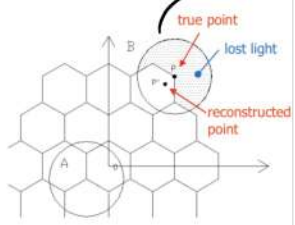
Questo e' cosi' easy da posso farlo in hw con dei resistori.

il problema di questa formula e' che manca di tutta la fisica del sistema.



$$x_0 = \frac{\sum_i N_i \cdot x_i}{\sum_i N_i}$$

$$y_0 = \frac{\sum_i N_i \cdot y_i}{\sum_i N_i}$$



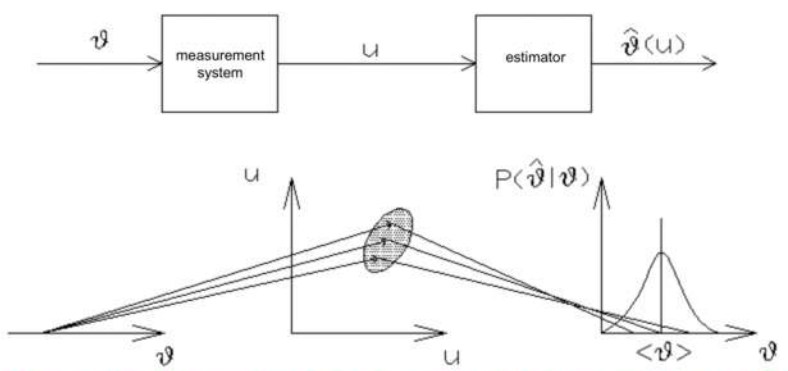
Supponiamo un raggio  $\gamma$  al bordo del mio dispositivo. Se questo cerchio rappresenta lo spread della luce vediamo che buona parte della stessa e' persa. Questo significa che nella formula abbiamo dei contributi mancanti quindi la ricostruzione e' errata e ci crea di bias verso il centro.

Un caso molto simile a questo e' quando ci si rompe un photodetector (non sono proprio facili da cambiare, noi veniamo per un po' settimane anche con quello rotto). Se usiamo la formula standard vediamo che questo non puo' succedere, allora dobbiamo usare nuove formule.

L'estimatore e' un modello che prende i valori dei PMT e lui calcola la fisica di probabilita' e trova le coordinate + probabilita' per aver questo quel segnale pattern.

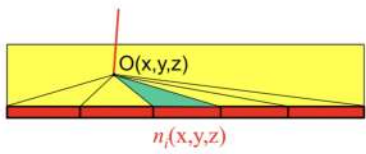
Ma come costruiamo un estimatore?

## The Maximum Likelihood (ML)



Construction of an 'estimator': the reconstructed interaction point (X,Y,Z) is the one which maximizes the probability for the estimation to correspond to the measurements (best estimate)

We need to build a model of the detector:



$n_i(x,y,z)$

number of e- collected by the unit  $i$ , **calculated** as function of the position  $O(x,y,z)$

$m_i$  number of e- **measured** by the unit  $i$

conditional probability (Poisson) to obtain  $m_i$  supposing the average number of electrons equal to  $n_i(x,y,z)$ :

$$P_i(m_i, n_i(x,y,z)) = \frac{n_i(x,y,z)^{m_i} \exp(-n_i(x,y,z))}{m_i!}$$

joint probability for all units: 
$$P_{\text{tot}} = \prod_{i=1}^{N_{\text{tot}}} P_i(m_i, n_i(x,y,z))$$

The best estimation of  $O(x,y,z)$ :  $n_i(x,y,z)$  which maximizes  $P_{\text{tot}}$

Dobbiamo partire facendo il modello fisico del rivelatore.

Perciò per ogni coordinata  $x, y, z$  di interazione nello scintillatore il modello  $n_i$  da il numero di elettroni presi dall' $i$ -esimo photodetector.

il modello più facile per creare il modello è calcolare il solid angle, + grande è + segrete zureno.

+ è difficile il modello + sono precisi nella ricostruzione.

Abbiamo per i valori  $m_i$  che sono il numero di elettroni misurati per ogni PMT. Dati questi 2 valori noi calcoliamo la probabilità condizionata, il che significa che se vediamo un PMT misura  $n_i$  qual'è la probabilità che questo misuri  $m_i$ ? (Questo ovviamente per un punto  $x, y, z$  di interazione).

Il massimo di questa probabilità ce l'ho quando  $n_i = m_i$ .

Ma noi non sappiamo  $n_i$  perché dipende dalle coordinate, se noi massimizziamo la probabilità condizionata possiamo ricavare  $n_i$  e poi usando il modello posso ricostruire le coordinate d'interazione.

Ovviamente non posso usare un solo pixel per fare tutto questo.

Perciò userò anche una joint probability di tutte le probabilità condizionate per ogni PMT. (cioè faccio una moltiplicazione delle probabilità condizionate).

Ora massimizzerò questa probabilità e da questa ricaverò le coordinate.

Questo è + potente rispetto a prima perché uso + PMT e non solo uno.

Questa tecnica funziona pure con un PMT rotto.

Vediamo che in questa tecnica abbiamo anche dei minimi (quindi punti poco probabili) e' una domanda che potrebbe fare qualcuno pensare.

Un'altra tecnica sono le reti neurali.

Una rete neurale è un modello dove ho un layer di inputs e io collego assieme questi input

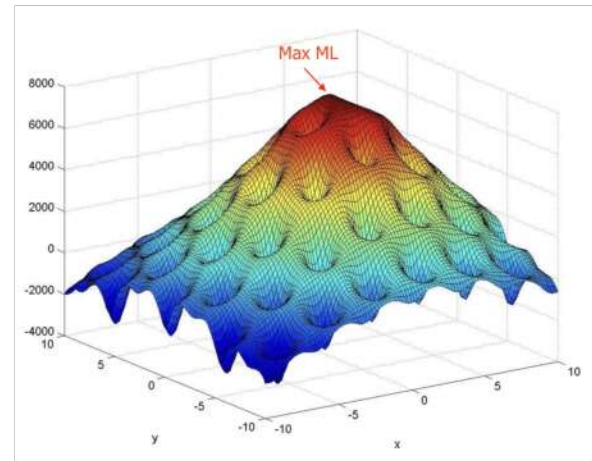
pesati a una rete che fa una somma per linee e ottengo il risultato.

Poi rifaccio lo stesso diverse volte. La rete neurale parte stupida e poi va "imparando" mettendo i pesi in modo corretto.

C'è una differenza enorme tra rete neurale e maximum likelihood, perché nel modello a max likelihood partiamo da un modello teorico, mentre la rete neurale impara.

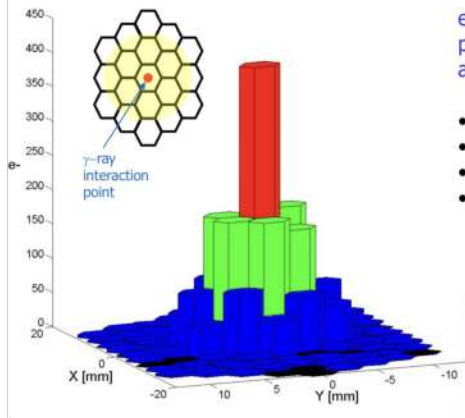
Le reti neurali sono molto utilizzate perché una volta che avete buttato fuori il risultato in modo estremamente veloce e possono essere implementate in modo facile su FPGA (dato che faccio solo somme e moltiplicazioni).

Al contrario il modello di massima probabilità richiede molta potenza perché devo calcolare un massimo.





## Impact of the photodetector/amplifier electronics noise to the spatial resolution of the Anger Camera



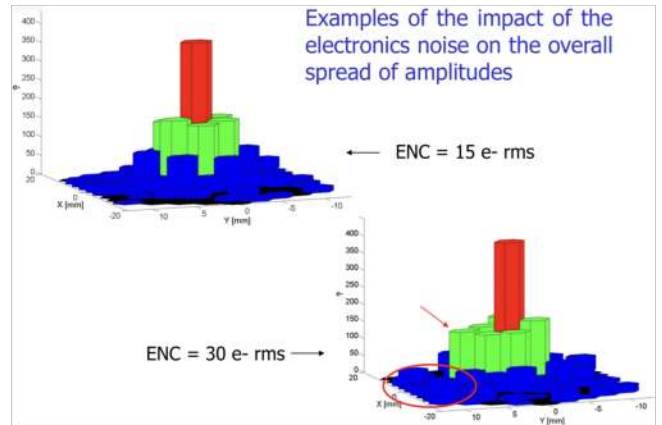
electrons collected by the units of a photodetector array following the absorption of a  $\gamma$ -ray of 140keV:

- scintillator: CsI(Tl)
- $G = 15 \text{ e-/keV}$
- $z = 5 \text{ mm}$
- electronics noise neglected

The statistical spread of the collected signals has an impact on the precision of the reconstruction of the position of interaction.

So che ho una fluttuazione di poisson quindi  $\sigma = \sqrt{N}$

Oltre a questo spread ho anche il rumore elettronico. (scritto in forma di electronic noise charge) il rumore elettronico importa come la fluttuazione  $\sigma$  e quindi anche  $\sqrt{N}$  mi rende + difficoltosa la ricostruzione del punto.

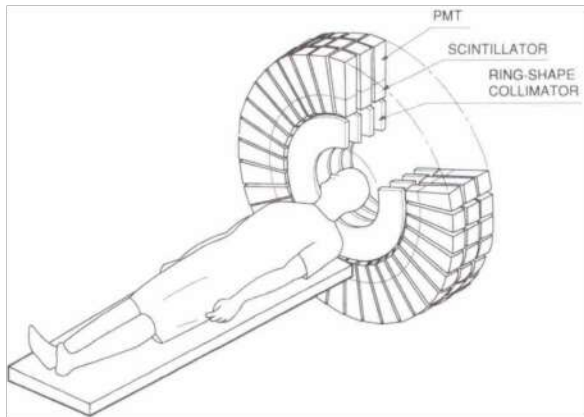


21.04.2022

2h

PET

I detector per la pet sono fatti da scintillatori pixelati.



Vediamo che ci sono dei collimatori (ma non servono dato che la pet non doveva avere questi collimatori? Nella realtà questi collimatori servono a perdere i raggi  $\gamma$  che provengono unicamente da una porzione del corpo.

Quindi i collimatori dividono l'area d'immagine in settori.

Questa soluzione è stata fatta per ridurre il count rate che era eccessivo. (una volta), 2d oggi questa limitazione sul count rate è superata e

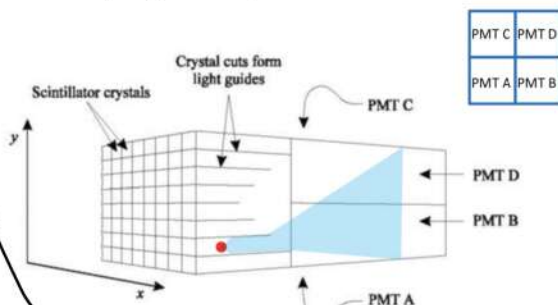
riusciamo a contare tutti gli eventi.

In a block detector, a 2D array of crystals is attached to 4 PMTs. The array is cut from a single crystal and the cuts filled with light-reflecting material. When a photon is incident on one of the crystals, the resultant light is shared by all 4 PMTs. Information on the position of the detecting crystal may be obtained from the PMT outputs by calculating the following ratios and comparing them to pre-set values:

$$R_x = \frac{A+B}{A+B+C+D}$$

$$R_y = \frac{A+C}{A+B+C+D}$$

where A, B, C and D are the fractional amounts of light detected by each PMT



L'imaging element + comune nella PET si chiama block detector.

Abbiamo scintillatori pixelati ma prima di arrivare ai PMT questa pixelatura finisce. Abbiamo fatto un mix tra pixelated e Anger camera. I PMT hanno area maggiore rispetto ai singoli pixel.

Tramite queste formule possiamo calcolare le coordinate dell'interazione.

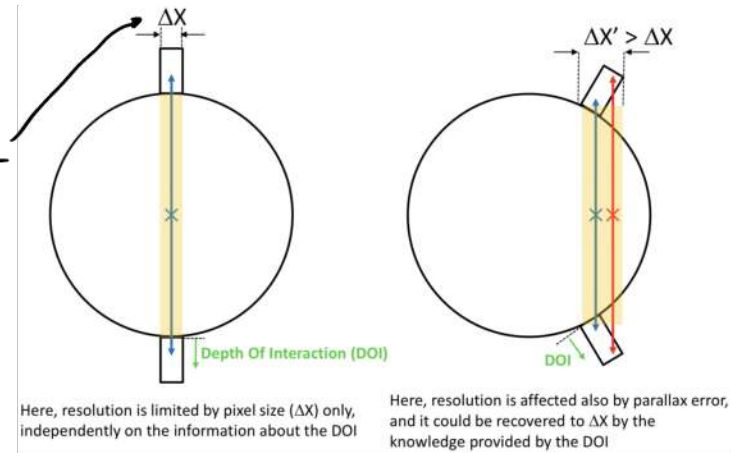
Tuttavia questo sensore ha un problema chiamato errore di parallasse.

$\Delta x$  è la spaziale risoluzione del mio sistema PET ( $\Delta x$  è la dimensione del pixel)

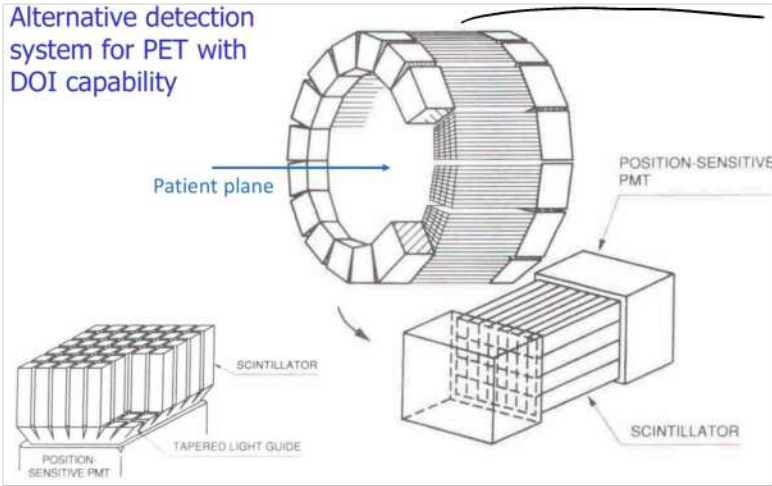
Ma nella realtà questo accade solo nel fatto fortunato, infatti può accadere che la spaziale risoluzione sia maggiore, specialmente quando i detector sono stretti.

Un modo per risolvere questo problema

è la possibilità di ricostruire la Depth of Interaction, facendo così sapere 2 la profondità z dove l'interazione è così possiamo capire se abbiamo parallasse.



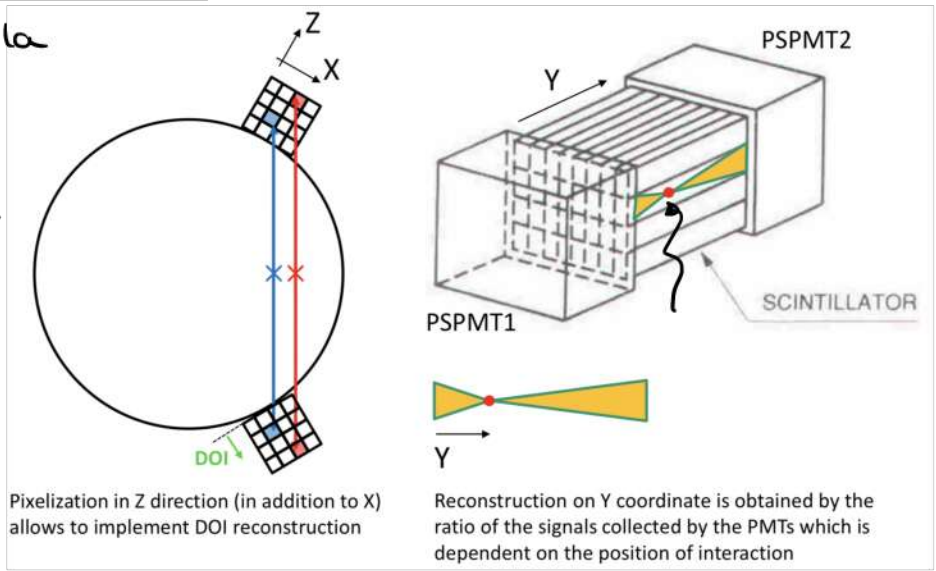
Un modo alternativo per fare il detector è questo:



ho degli scintillatori a barre e alla fine delle barre ho dei PMT position sensitive. Così posso identificare in che scintillatore ho l'interazione ma non so a che lunghezza l'ho rilevata. Ma c'è un modo per farlo.

In pratica abbiamo implementato la DOI e quindi abbiamo risolto l'errore di parallasse.

Ci manca però sempre la posizione in lunghezza dell'interazione. Per risolvere noi leggiamo lo scintillatore da tutti e 2 i lati. facendo il rapporto tra i segnali rilevati dai PMT noi ricostruiamo la posizione dell'interazione.



### PET Time of Flight.

Nella PET classica ho i 2 raggi  $\gamma$  e vedo semplicemente se arrivano entrambi entro tipo 10ns.

Tuttavia noi potremo fare di + potremo misurare la differenza tra i 2 tempi tra i 2 raggi  $\gamma$ . Prendendo questo valore possiamo già determinare la location di emissione.

$$x = \frac{(t_2 - t_1) \cdot c}{2}$$

Dividiamo per 2 perché noi sappiamo la coordinata  $\phi$  al centro della nostra linea di interazione



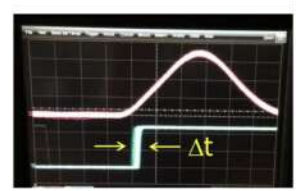
Questo concetto è stato inventato presto ma ci sono voluti 20 anni per riuscire a fare un prototipo. e 25 anni per averlo in commercio. Ma perché ci è voluto tanto tempo? il problema è la timing resolution

$$\Delta x = \Delta t \times c/2$$

$$c = 30 \text{ cm/ns}$$

$$\text{if } \Delta t \sim 3 \text{ ns}$$

$$\Rightarrow \Delta x \sim 45 \text{ cm}$$



Se uso un comparatore o qualcosa per fare il timestamp ho del rumore che mi fa avere un jitter del timestamp.

Se ho un jitter di tempo di 3ns allora questo mi comporta una spatial resolution di 45cm.

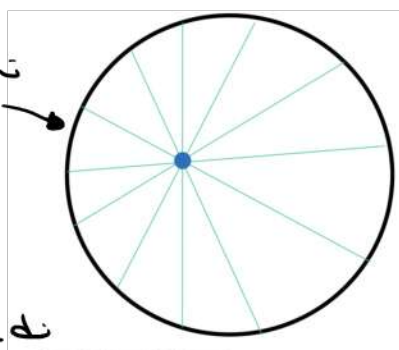
...the uncertainty in the position of annihilation is of the same order of the diameter of the body of the patient...!

Ad oggi: noi riusciamo ad avere un  $\Delta t = 300 \text{ ps}$  ( $\Delta x = 4,5 \text{ cm}$ )

recent improvements in electronics timing resolution have pushed an 'old' idea of PET TOF to reality...but

resolution still not adequate for the reconstruction of the annihilation point with a resolution required for PET (~mm)

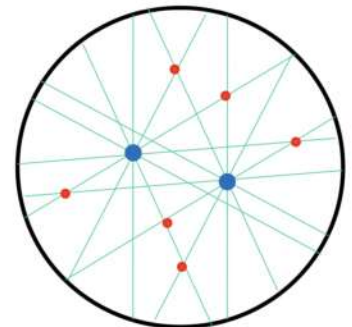
Facendo con il metodo delle intersezioni non abbiamo problemi con una sola source



single source determined by the intersection of the LORs (lines of range)

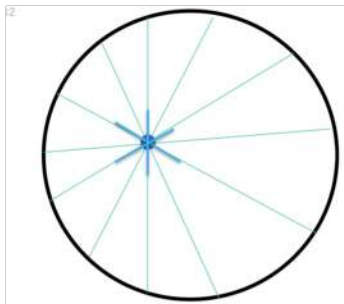
Ma se usiamo lo stesso algoritmo (mettere un punto dove abbiamo intersezione di 2 linee) e abbiamo + sorgenti: ci si crea un problema. Tutti i punti rossi sono punti d'intersezione ma senza che ci sia niente. Questi punti rossi sono quelli che degradano l'immagine.

the image of more than one sources reconstructed with the criterion of LORs intersection only is affected by spurious intersections which reduce the S/N ratio of the reconstructed image



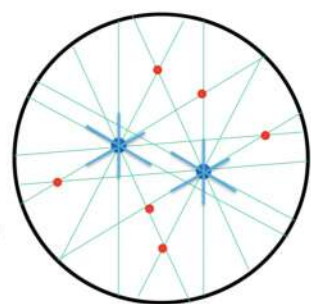
• spurious intersections (no sources)

Questo avviene nella PET tradizionale, dove la probabilità d'intersezione sulla linea è uniforme. Se noi invece usiamo la TOF la probabilità non è uniforme ma possiamo ridurla a 4,5cm. Allora non qualcosa del tipo



single source identified by intersection of segments with width determined by the spatial resolution of TOF

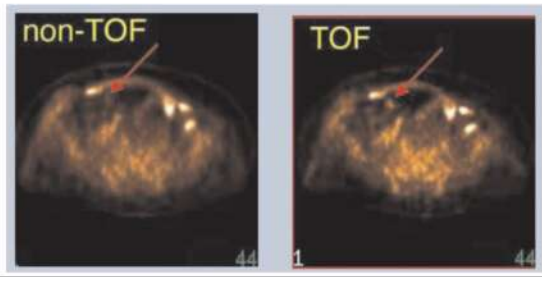
the spurious intersections are reduced to only intersections between segments (lower in number with respect to previous LORs intersections)  $\Rightarrow$  improvement on S/N of the reconstructed image



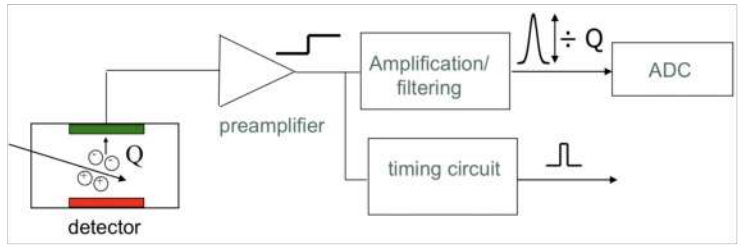
Allora vediamo che in questo caso i punti rossi riesco a identificarli e non calcolarli. Infatti lo cerco solo l'intersezione dei segmenti dove ho probabilità.

Capiamo quindi che con la PET TOF posso eliminare il background rumoroso e migliorare l'SNR.

- Variance Reduction Given by  $D/\Delta x = 2D/c\Delta t$  (D: diameter of the object)
- 500 ps Timing Resolution  $\Rightarrow$  8 cm localization  $\Rightarrow$  5x Reduction in Variance!

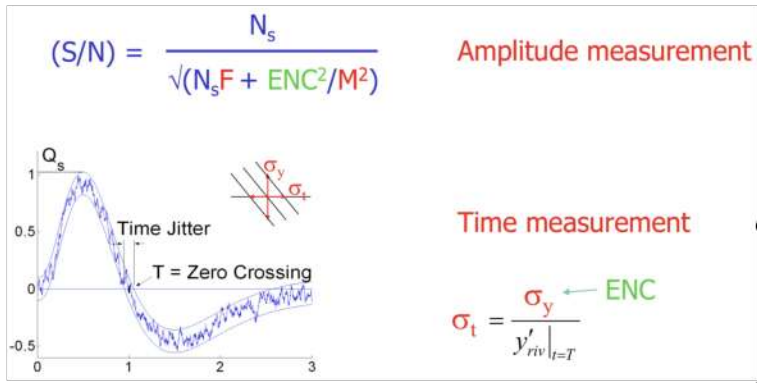


Electronics for readout and filtering of signals for radiation detection.



Abbiamo prima di tutto un charge amplifier per trasformare la carica in uno step di tensione. Poi abbiamo un Amplificatore/Ritro e un circuito per ricevere il time-stamp.

Dobbiamo ricordare cos'è l'equivalent noise charge che ci dà la lower band sensitivity per il nostro sistema.



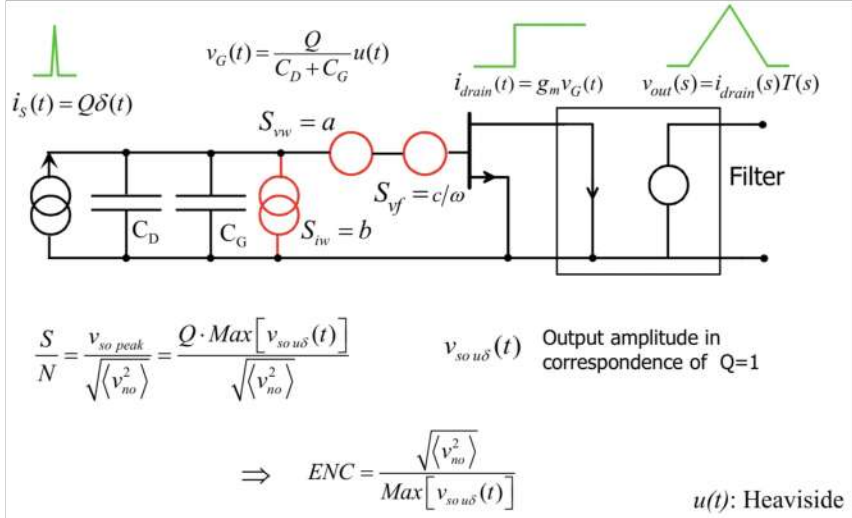
Noi non andiamo a migliorare l'ENC (ora ho capito perché, mi sono perso)

Le misurazioni di tempo si fanno vedendo quando la forma supera una certa threshold. il problema è che abbiamo il jitter. Se il nostro segnale è molto ripido allora il jitter conta meno perché un marciante

verticale non impatta su quello orizzontale. il problema è che crezi un impulso così verticale dobbiamo avere un circuito con banda molto larga e quindi prende + rumore.

22.06.2022 3h

Modello della readout chain



il detector è rappresentato da un gen di corrente che fornisce un impulso perfetto. Successivamente abbiamo 2 condensatori: C\_D che rappresenta la capacità del detector. L'elettrica è rappresentata da un solo JFET che genera uno step di corrente. C\_G è la input capacitance del transistor.

Possiamo facilmente calcolare la tensione sul gate (che è uno step, u(t)).



Anche se usiamo il circuito di un charge preamplifier otteniamo le stesse conclusioni.

Ma noi abbiamo ottenuto solo un voltage step ma non è basta perché è troppo rumoroso. Allora dobbiamo fare un filtering, il filtro prende 2 input lo step e da in uscita un segnale a forma di impulso (circa).  
 È la forma + smooth dell'impulso rispetto al gradino che ci migliora la SNR.  
 Il filtro che ci fa la shape del segnale è caratterizzato da una Laplace transform  $T(s)$

Cosa succede al rumore?

I rumori sono rappresentati dai generatori rossi. Nella slide vediamo 2 gen di tensione perché uno è per il rumore bianco e l'altro è un rumore  $1/f$ .  
 Ma come designer sappiamo che il rumore è dominato dall'input transistor (perché gli altri rumori sono al secondo stadio).  
 Per calcolare l'equivalent noise charge noi specialiamo la del.  
 Calcoliamo l'SNR all'output del filtro.

$$\frac{S}{N} = \frac{v_{so\ peak}}{\sqrt{\langle v_{no}^2 \rangle}} = \frac{Q \cdot \text{Max}[v_{so\ u\delta}(t)]}{\sqrt{\langle v_{no}^2 \rangle}}$$

$v_{so\ u\delta}(t)$  Output amplitude in correspondence of  $Q=1$

Per definire al denominatore ho la sqrt del rumore

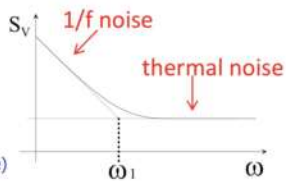
L'equivalent noise charge è la carica che mi dà  $SNR=1$

$$ENC = \frac{\sqrt{\langle v_{no}^2 \rangle}}{\text{Max}[v_{so\ u\delta}(t)]}$$

Due ENC è la Q della formula di prima  
 Questo valore è misurato in [C] ma di norma è dato in [n° di elettroni].

Tipiche sorgenti di rumore

$S_{v_w} = \alpha \frac{2kT}{g_m} = \alpha \frac{2kT}{C_G} \frac{1}{\omega_T}$	thermal noise of the input FET	$\omega_T = g_m / C_G$ $\alpha \sim 2/3$ ( $\sim 1$ for short channel FET)
$S_{i_D} = qI_D$	shot noise of the leakage current of the detector (dark current)	
$S_{i_G} = qI_G$	shot noise of the gate current of the FET	
$S_{i_R} = \frac{2kT}{R} = qI_{Req}$	thermal noise of a possible resistance connected at the input for the discharge of the signal and of the leakage current	
$S_{v_f}(\omega) = \frac{1}{2} \frac{A_f}{ f } = \frac{\pi A_f}{ \omega }$	1/f noise of the FET	( $\omega_1$ : angular frequency at which the 1/f noise is equal to the thermal noise)



Noi sappiamo che il rumore di un FET è di norma  $\frac{2kT\alpha}{g_m}$

ma è questo valore nello spettro che va da 0 a  $\infty$ , tuttavia se usiamo un modello  $-\infty, +\infty$  allora in questo caso abbiamo il 2 e non il 4.

In questo caso tutti i rumori sono tra  $-\infty$  e  $+\infty$ .

Il rumore termico lo passo anche scrive come  $\propto \frac{2kT}{C_G \omega_T}$

cioè scriverlo relativamente al cut-off del transistor.

Rappresenta il rumore del resistore che noi abbiamo messo nel nostro charge preamplifier.

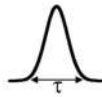
Facendo tutti i conti con il rumore otteniamo la formula del  $ENC^2$

$$ENC^2 = (C_D + C_G)^2 a \frac{1}{\tau} A_1 + (C_D + C_G)^2 c A_2 + b \tau A_3$$

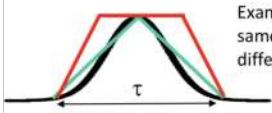
ho 3 termini, uno per contributo del rumore, (bianco/corrente/ $1/f$ ).

FORMULA IMPORTANTISSIMA!

$\tau$ : shaping time (characteristic time related to the width of the pulse at the output of the filter)



$A_1, A_2, A_3$ : coefficients that depend only on the shape of the pulse at the output of the filter and not from its width (note: the coefficients depends on the definition of  $\tau$ , see later)



Example: pulses of same width but different shapes



Example: pulses of same shape but different widths

Nella formula vediamo che ci sono dei valori che noi non sappiamo.

Questi 4 valori sono proprietà della forma del segnale. Ci abbino nella formula del rumore perché facciamo un ritaggio.

Descriviamo il filtro tramite la durata  $\tau$  e la sua forma. Una volta che abbiamo fatto un circuito per una forma quella rimane e possiamo comandare solo  $\tau$ .

Noi vogliamo il minimo dell'ENC vediamo che dei 3 parametri uno è indipendente da  $\tau$  mentre uno aumenta con  $\tau$  e l'altro diminuisce.

Noi obviously vogliamo essere al minimo quindi a  $\tau_{opt}$ .

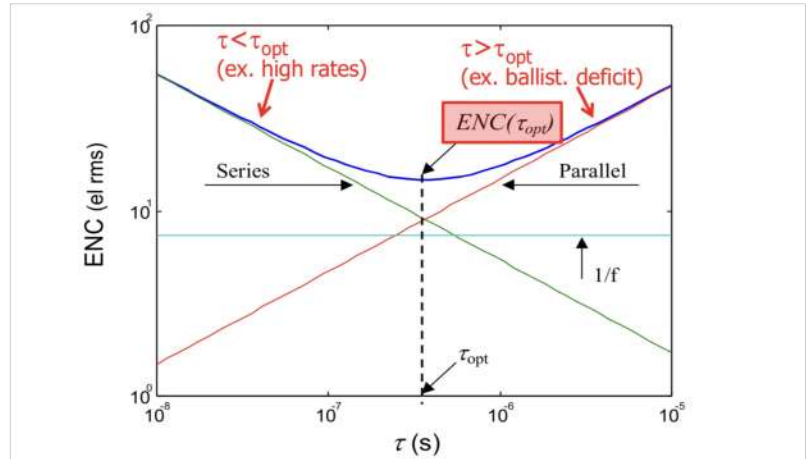
Tuttavia ci possono essere situazioni in cui siamo obbligati a usare  $\tau$  diversi degli ottimi.

Obbligati per ragioni non relativi al rumore.

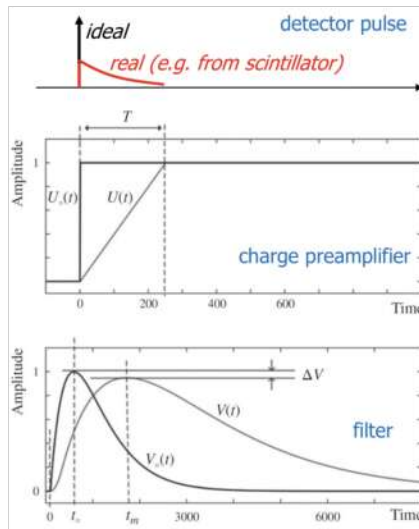
Ma perché avremo usare un  $\tau$  minore di quello ottimo? Ovviamente per evitare il pile-up di più impulsi. Se abbiamo overlap di impulsi è un disastro non posso più identificare i picchi e quando usiamo un  $\tau$  + grande di quello ottimo? Peggioriamo il rumore e il pile-up tuttavia può venire utile quando eliminiamo l'ipotesi di segnale ideale  $\delta$  in ingresso.

In questo caso noi abbiamo caricare il condensatore, non ho più l'integrale di cui  $\delta$  ma quello di un esponente quindi impiego del tempo ad arrivare alla tensione finale.

Quindi il mio filtro creerà un segnale + smooth e ho che il segnale è + basso di un valore  $\Delta V$ . Abbiamo quindi una riduzione del picco chiamata ballistic deficit. Questo ci rende peggiore l'SNR questo peggioramento lo vediamo con un aumento dell'ENC



$$ENC^2 = (C_D + C_G)^2 a \frac{1}{\tau} A_1 + (C_D + C_G)^2 c A_2 + b \tau A_3$$



Extended duration of detector pulse ( $T$ ) may reduce the amplitude of the filter pulse when  $T \sim \tau_{opt}$ .

⇒ Ballistic deficit (BD)

$$BD = \frac{\Delta V}{V_{ideal}}$$

BD worsens the S/N and ENC because signal is reduced and output noise is not affected:

$$ENC_{real} = \frac{ENC_{id}}{1-BD}$$

Longer shaping time may reduce ballistic deficit

ATTENZIONE! il ballistic deficit zittisce solo il segnale e non il rumore.

La soluzione per questo è aumentare la durata del filtro. Se faccio la shaping time + grande, ho che dato che  $\tau$  è grande la differenza tra



Ma  $\tau$  in ingresso o la speranza è molto poca e quindi il risultato è molto simile. Quindi in questo modo elimino il ballistic deficit.

(tuttavia credo che in questi l'ENC quindi devo vedere di stare sempre sotto l'ENC di zero con il ballistic deficit).

I coefficienti  $A_1, A_2, A_3$  sono i 3 coefficienti che mi descrivono la forma del segnale. Nella realtà dipendono da come ho scelto lo shaping time.

Given a filter, if we change the definition of  $\tau$ , also the factors  $A_1, A_2, A_3$  changes according to the formula:

$$\tau'' = k\tau'$$

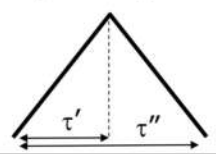
$$A_1(\tau'') = k A_1(\tau')$$

$$A_2(\tau'') = A_2(\tau')$$

$$A_3(\tau'') = \frac{1}{k} A_3(\tau')$$

Se ho calcolato una tripletta per la definizione di  $\tau'$  e ora mi voglio per  $\tau''$  che è  $k$  volte  $\tau'$  allora questa è la legenda per cambiare i coefficienti.

Example: triangular filter



$$A_1(\tau'') = 2 \cdot A_1(\tau')$$

$$A_2(\tau'') = A_2(\tau')$$

$$A_3(\tau'') = 0.5 \cdot A_3(\tau')$$

Useful transformation to compare different filters performances at an equivalent shaping time.

Relativamente alla forma noi possiamo scegliere la forma ottima. Se noi infatti prendiamo la formula dell'ENC e noi consideriamo il rumore  $1/f$  (essenziale molto forte) allora possiamo dimostrare che la forma ottima è quella di una cuspidale infinita (non un problema pratico che è quello che il filtro parte a  $-\infty$  nel tempo). Inoltre l'altro problema è che questa forma è sintetizzabile solo nel mondo digitale. Noi siamo più interessati ai filtri pratici che possono essere sintetizzati in circuiti integrati analogici. Noi ci spostiamo nel mondo ideale.

Shaping	h(t) Function	$A_2$	$\sqrt{A_1 A_3}$	$\frac{A_2}{\sqrt{A_1 A_3}}$	$A_1$	$A_3$	$\sqrt{\frac{A_1}{A_3}}$
1	infinite cusp	0.64	1	0.64	1	1	1
2	truncated cusp	0.77	1.04	0.74	2.16	0.51	2.06
	$k = \sqrt{A_1}$	0.70	1.01	0.69	1.31	0.78	1.30
	$k = 2$	0.67	1	0.67	1.31	0.91	1.10
3	triangular	0.88	1.15	0.76	2	0.67	1.73
	$\left(\frac{1}{2} \ln 2\right)$	$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$			$\left(\frac{2}{1}\right)$		
4	trapezoidal	1.38	1.83	0.76	2	1.67	1.09
5	parabolic	1.13	1.43	0.80	2.67	0.77	1.86
6	sinusoidal lobe	1.22	1.57	0.78	2.47	1	1.57
7	RC-CR	1.18	1.85	0.64	1.85	1.85	1
8	semigaussian ( $n=4$ )	1.04	1.35	0.77	0.51	3.58	0.38
9	gaussian	1	1.26	0.79	0.89	1.77	0.71
10	clipped approximation integrator	0.85	1.34	0.63	2.54	0.71	1.89
11	bipolar triangular	2	2.31	0.87	4	1.33	1.73

Comparison between typical practical (not ideal) filters

$$ENC^2 = A_1 (C_D + C_G)^2 S_{fw} \frac{1}{\tau}$$

$$+ A_2 (C_D + C_G)^2 2\pi S_f f$$

$$+ A_3 S_{fw} \tau$$

Vediamo i vari valori dei coefficienti per diverse forme di filtri. Il primo è lo standard ideale (cuspidale infinita) sulla quale noi ci basiamo.

In generale noi dobbiamo fare:

$$ENC^2 = (C_D + C_G)^2 a \frac{1}{\tau} A_1 + (C_D + C_G)^2 c A_2 + b \tau A_3$$

minimize noise sources (vs. detector parameters)

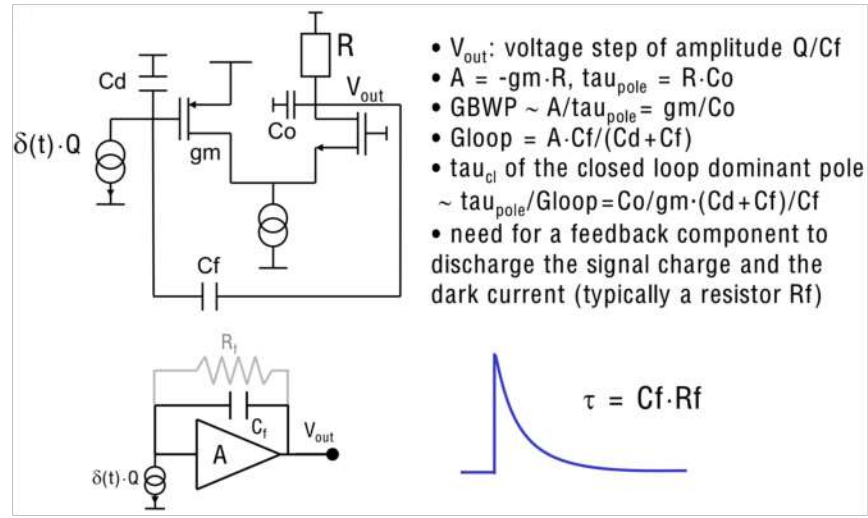
choose the best filter (vs. other requirements)

choose the best shaping time (vs. det./appl. parameters, e.g. count rate, ballistic def., ...)

Qui mi viene la lezione ha dimostrato come si trova la formula dell'ENC, sono zappardic non le vede un'ora ma è bello saperlo.

### Charge Preamplifier

Converte la carica in uno step di tensione. In pratica fa l'integrale della carica. il charge pump è importante perché è il primo stage che è quello che domina il rumore.

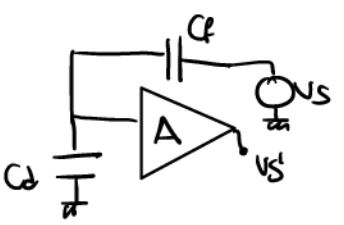


È il circuito standard del core amplifier (amplificatore A)

Vediamo che il primo transistor è un PMOS (non è mandatorio ma poi capremo perché)

La resistenza R serve per creare la tensione, il guadagno è  $-g_m R$  (noi vogliamo il guadagno + alto possibile), R può essere l'ro di un transistor

il loop è:



$$G_{loop} = \frac{A \cdot C_f}{C_d + C_f}$$

Noi vogliamo  $G_{loop} > 100$  per avere un feedback robusto.

Però noi vogliamo A grande perché il rumore  $R_{f,noise}$  è  $< 1$ .

Infatti la tensione dello step è  $V_0 = Q/C_f$  allora noi per avere la tensione alta noi mettiamo  $C_f$  molto piccolo.

Tuttavia se noi mettiamo  $C_f$  piccolo allora il fattore riduttivo diventa circa  $C_f/C_d$  che è abbastanza  $< 1$ .

Per ottenere  $G_{loop} > 100$  allora ho  $A \sim 1000$  e  $C_f/C_d = 1/10$

Abbiamo poi anche una risposta in frequenza del circuito.

In questo caso il polo dominante è dato dalla costante di tempo nel nodo di  $g_{m1}$ . Questo nodo è a grande impedenza perché abbiamo  $R_o$ .

Allora quando ho un condensatore su quel nodo ho un polo dominante  $\tau = R_o \cdot C_o$ .

Posso poi calcolare il GBWP, vedo che è indipendente da R perché R è sia presente in  $\tau$  che nel guadagno.

Ricordiamo che a closed loop il polo si sposta avanti di  $G_{loop}$ .

Il closed loop è importante perché mi dà la risposta del mio charge preamp, infatti noi dovremo avere un guadagno ma abbiamo un espansione crescente di soli core la closed loop  $\tau$  del preamplificatore.

Noi chiamo chissà tanto poi abbiamo uno shaping amplifier e un filtro. Ma non è così, infatti dobbiamo ricordare i problemi detti dal belistic deficit, che in quel caso erano prodotti dallo scintillatore ma oggi abbiamo lo stesso effetto solo a causa della banda limitata.

Ma perché noi creiamo un integratore da un OPAMP e  $R_{f,noise}$ ?

Perché i problemi principali sono il RUMORE!! e la potenza.

il rumore principalmente, perché all'input ho un differential pair e quindi ho 2 volte il rumore.



Se uso il mio schema ho il rumore di un solo transistor.

## 1/f Noise all'input dei FET

Vediamo come dimensionare l'input transistor per minimizzare il rumore di input.

Nei sappiamo che il rumore bianco è  $4kT\gamma gm$  perciò ci vorrebbe da due di mettere  $gm$  enorme. Tuttavia esiste anche il rumore 1/f che dipende dagli stessi valori e poi va nella transconduttanza.

Davanti fare dei compromessi.

Iniziamo studiando il rumore 1/f

1/f noise models (strong inversion)

$$S_{I(\Delta\mu)} = \left( \frac{q\sqrt{2\mu\alpha_H}}{\sqrt{C_{ox}}} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{WL^3}} \right) I^{3/2} \frac{1}{f} \quad [A^2/Hz]$$

Hooge model  
(carrier mobility fluctuations)

$$S_{I(\Delta N)} = \left( \frac{q^2 kT N_T}{\gamma C_{ox}} \right) \left( \frac{1}{L^2} \right) I \frac{1}{f} \quad [A^2/Hz]$$

McWorther model  
(channel conductivity modulation caused by trapping/detrapping)

Non dobbiamo ricordare le formule dobbiamo solo ricordare che il rumore 1/f dipende inversamente della corrente e da  $W/L$  rispetto al rumore bianco. (?)

Modello usato quando il rumore 1/f è dato dalla variazione di mobilità.

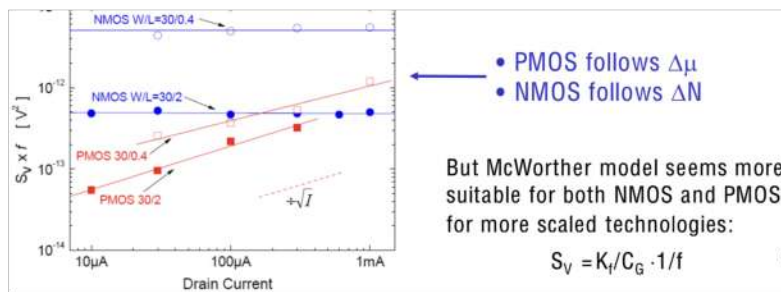
Modello usato per rumore 1/f generato dal trapping.

Tipicamente quando facciamo il design di un amplificatore noi mettiamo il rumore all'input, quindi dobbiamo porre il rumore 1/f all'input come un gain di tensione. Per fare questo dobbiamo semplicemente per  $gm^2$ .

Dopo questo trasferimento notiamo che nella Hooge formula c'è una dipendenza da  $\sqrt{I}$  mentre nell'altra formula la corrente è sparita.

Quindi in un modello il rumore dipende dalla corrente e nell'altro no. (questo è un modo per vedere che modello segue il transistor, basta misurare il rumore variando la corrente).

Vediamo che gli NMOS hanno rumore indipendente da  $I$  mentre i PMOS hanno rumore dipendente da  $\sqrt{I}$  (ciò interdice di i pmos seguire il modello Hooge mentre gli nmos l'altro)



Ricordiamo che  $C_a = C_{ox} \cdot W \cdot L$

Vediamo che nella formula McWorther abbiamo questi elementi e possiamo comporre tutto nella formula

$$S_v = \left( \frac{K_f}{C_a} \right) \cdot \frac{1}{f} \quad \text{che è facile da ricordare}$$

Capriamo che il rumore 1/f è technology dependent.

Le equazioni calcolate le mettiamo nell'equazione dell'ENC.

Non cerchiamo di minimizzare queste formule andando a levare sulla corrente e sul dimensionamento.

Minimiziamo ENC iniziando tenendo la lunghezza  $L$  minima.

We consider first 1/f only

$$S_{V(\Delta\mu)} = \left( \frac{q\alpha_H}{\sqrt{2\mu}\sqrt{C_{ox}^3}} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{W^3L}} \right) \sqrt{I} \frac{1}{f} \quad [V^2/Hz]$$

$$S_{V(\Delta N)} = \left( \frac{q^2 kT N_T}{2\gamma C_{ox}^2} \right) \left( \frac{1}{WL} \right) \frac{1}{f} \quad [V^2/Hz]$$

$$ENC_{1/f}^2 = \frac{2\pi}{q^2} A_2 A_f (C_{IL} + C_G)^2$$

$$S_V = \frac{A_f}{f} \quad \begin{matrix} C_{IL} = C_D + C_F + C_T + C_S \\ C_G = C_{ox} W L \end{matrix}$$

$C_{IL}$ : total capacitance  
 $C_D$ : detector  
 $C_F$ : feedback  
 $C_T$ : test cap.  
 $C_S$ : parasitic capacitance

$$ENC_{1/f(\Delta\mu)}^2 = 2\pi A_2 \left( \frac{\alpha_H L}{q\sqrt{2\mu}} \right) \left[ \frac{(C_{IL} + C_G)^2}{\sqrt{C_G^3}} \right] \sqrt{I}$$

$$ENC_{1/f(\Delta N)}^2 = 2\pi A_2 \left( \frac{kT N_T}{2\gamma C_{ox}} \right) \left[ \frac{(C_{IL} + C_G)^2}{C_G} \right]$$

Difference between models:

- dependence or not on  $I$
- different dependence on  $C_G$

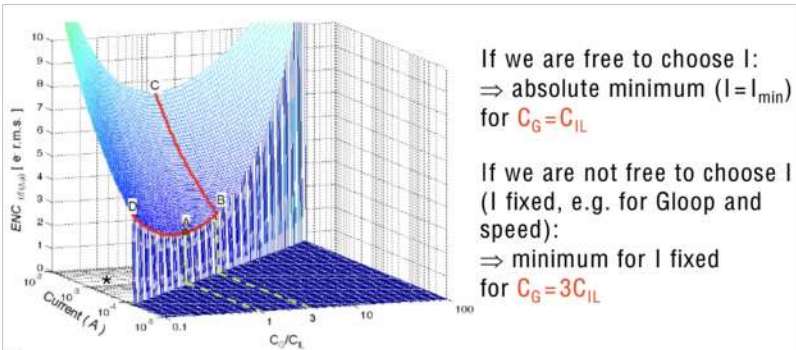
$I \geq I_{min} = R_{min} I_S$  (strong inversion)

Prima zvezno dotta da noi possiamo fare gm ovano e questo perché se così fosse zvezno WL grande e quindi Ca grande. e nella formula deli ENC vediamo che Ca e' il numeratore quindi poggiamo il rumore.

Vediamo la minimizzazione per il modello Huges

vedendo la formula e' easy vedere che vogliamo usare la corrente minima (minimo per mantenere il transistor in strong inversion)

Per piu' ottenere la noise + bassa noi dobbiamo mettere la gate capacitance = alla detector capacitance.



Ci sono due casi in cui non possiamo usare correnti minime (perché in quei casi la transconduttanza e' troppo bassa). Se non possiamo trovare una corrente minima allora andiamo al minimo relativo della parabola, quindi lungo il segmento CB. Questo segmento cade proprio nel punto in cui  $C_G = 3C_{IL}$

All'inizio zvezno preso  $I_{min}$  zvezno scegliamo W in modo che lo abbia il match delle capacitance.

Abbiamo ottimizzato il rumore 1/f ma per il rumore bianco, termico e shot? il rumore per quello e' la shot noise e noi dipende dai parametri del transistor.

$$ENC_{tot}^2 = ENC_{ws}^2 + ENC_{1/f(\Delta\mu)}^2 + ENC_{wp}^2$$

(physical noise spectra densities)

$$\rightarrow ENC_{ws}^2 = \frac{A_1}{q^2} S_V (C_{IL} + C_G)^2 \frac{1}{\tau} \quad S_V = \beta \frac{4kT}{g_m} = \frac{\beta 4kT}{\sqrt{2\mu C_{ox}} \frac{W}{L} \sqrt{I}}$$

$$\rightarrow ENC_{1/f(\Delta\mu)}^2 = 2\pi A_2 \left( \frac{\alpha_H L}{q\sqrt{2\mu}} \right) \left[ \frac{(C_{IL} + C_G)^2}{\sqrt{C_G^3}} \right] \sqrt{I}$$

$$\rightarrow ENC_{wp}^2 = \frac{A_3}{q^2} S_I \tau \quad S_I = 2q(I_{det} + I_G + I_F)$$

(spetti tra  $\beta$  e  $\alpha$ )

Ma ando velgano le regole zvezno per thermal noise

Vediamo che il rumore termico va all'opposto rispetto alla corrente rispetto al rumore 1/f (Modello Huges). Quindi capiamo che il modo usare la corrente minima non e' piu' vero. Per minimizzare il rumore zero un minimo assoluto che non sara' piu' il minimo della corrente.

Thermal

$$\left\{ \begin{aligned} ENC_{tot(\Delta\mu)}^2 &= k_{ws} \frac{(C_{IL} + C_G)^2}{\sqrt{C_G}} \frac{1}{\sqrt{I}} \frac{1}{\tau} + k_{\Delta\mu} \frac{(C_{IL} + C_G)^2}{\sqrt{C_G^3}} \sqrt{I} + k_{wp} \tau \\ I &\geq R_{min} I_S \end{aligned} \right.$$

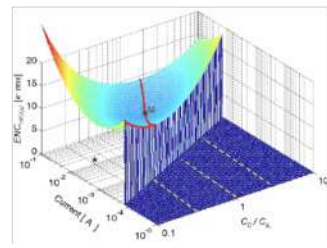
$$k_{ws} = A_1 \left( \frac{\beta 4kT L}{q^2 \sqrt{2\mu}} \right); k_{\Delta\mu} = 2\pi A_2 \left( \frac{\alpha_H L}{q\sqrt{2\mu}} \right); k_{wp} = \frac{A_3}{q^2} S_I$$

- if we are free to choose an optimum  $I = I_{opt}$ :  $C_{Gopt} = C_{IL}$
- if I is fixed:  $1/3 C_{IL} < C_{Gopt} < 3 C_{IL}$  (depending on the constraint on I)

Example for  $I < I_{opt}$ : minimum power consumption (e.g. many electronics channels)  
 Example for  $I > I_{opt}$ : large  $g_m$  to increase Gloop and speed of preamplifier

Se zero sempre a questo punto minimo ho  $C_G = C_{IL}$  zvezno dotta due Be che

$$\frac{1}{3} C_{IL} < C_G < 3 C_{IL} \quad \text{per zvezno rumore ottimo.}$$

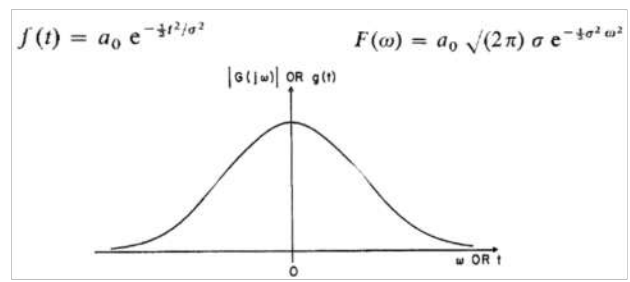


Può succedere che usiamo corrente la  $I_{min}$  zvezno se noi e' la ottima solo per consumare meno.



# Filtro

Dobbiamo trovare la tripla di coefficienti per ridurre l'ENC.  
 Nel nostro caso dato che usiamo molti sensori (per pot. ca.) allora non possiamo permettere di usare il filtro ottimo altrimenti è un disastro.  
 Andiamo su filtri sintetizzabili con circuiti di resistenze e condensatori. In particolare il filtro gaussiano n2 non va bene.  
 Questo ha ispirato la creazione di dei filtri chiamati semigaussiani.



Questo filtro è implementabile con induttori e condensatori. Ma crearlo con questi componenti non è facile e non sappiamo come farlo.

We look for a transfer function  $H(s)$  of the Gaussian filter expressed as:

$$H(s) = H_0/Q(s)$$

where  $Q(s)$  is a polynomial in which the zeros are therefore the poles of the filter.

We observe that:  $H(j\omega) \cdot H(-j\omega) = |H(\omega)|^2 = [F(\omega)]^2$   $F(\omega) = a_0 \sqrt{(2\pi)} \sigma e^{-\frac{1}{2} \sigma^2 \omega^2}$

$$\Rightarrow Q(j\omega) \cdot Q(-j\omega) = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{H_0}{a_0 \sigma} \right)^2 e^{\sigma^2 \omega^2}$$

$$Q(s) \cdot Q(-s) = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{H_0}{a_0 \sigma} \right)^2 e^{-\sigma^2 s^2} \quad s = j\omega$$

by normalization:  $Q(p) \cdot Q(-p) = e^{-p^2}$  with  $p = \sigma s$

Non abbiamo zeri, solo poli.  
 Obiettivamente per aver ugali dobbiamo avere che gesto è un'idea.  
 Allora posso ribaltare l'equazione e ottengo l'equazione e invertita.

Definiamo poi una variabile  $p$  proporzionale al shaping time.  
 Dopo questo cambio di variabili abbiamo che l'equazione è facile.

the exponential can be approximated with a Taylor series:

$$Q(p) \cdot Q(-p) = 1 - p^2 + \frac{p^4}{2!} - \frac{p^6}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{p^{2n}}{n!}$$

we factorize the term on the right of the equation to the same form of the term on the left to determine  $Q(p)$

Example:  $n=1$

$$Q(p) \cdot Q(-p) = 1 - p^2 = (1+p)(1-p)$$

$$\Rightarrow Q(p) = 1+p$$

Example:  $n=2$

$$Q(p) \cdot Q(-p) = 1 - p^2 + \frac{p^4}{2!} = \frac{1}{2} [\sqrt{2} + \sqrt{(2+2\sqrt{2})p+p^2}] \times (\sqrt{2} - \sqrt{(2+2\sqrt{2})p+p^2})$$

$$\Rightarrow Q(p) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{2} + \sqrt{(2+2\sqrt{2})p+p^2})$$

Approssimiamo la gaussiana con una serie di Taylor (ci fermiamo quando vogliamo noi)

Notiamo che possiamo scrivere tutto come combinazione di poli

Segele diretta con appross il primo ordine  
 Al 2° ordine sembra già più una gaussiana

Vediamo che in generale possiamo scrivere così le equazioni →

Semplicemente facciamo la moltiplicazione tra polinomi di secondo ordine (es. ordine = 2 secondo ordine moltiplicati) o per ordine dispari anche con elementi del primo ordine.

Non ha senso andare dopo un 5°/6° ordine

In general, the transfer function of the Semigaussian filter is obtained as:

$$H(s) = \frac{A_0 \prod_{i=1}^k \{A_i^2 + W_i^2\}}{(\sigma s + A_0) \prod_{i=1}^k \{(\sigma s + A_i)^2 + W_i^2\}}$$

n. odd poles

1 real pole      couples of complex conjugate poles

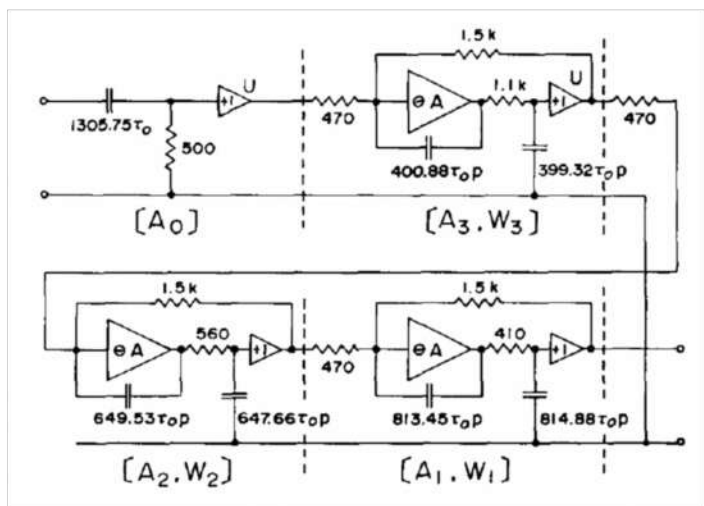
$$H(s) = \frac{\prod_{i=1}^k \{A_i^2 + W_i^2\}}{\prod_{i=1}^k \{(\sigma s + A_i)^2 + W_i^2\}}$$

n. even poles

$s = j\omega$   
 $\sigma$  of the Gaussian      couples of complex conjugate poles

Mi manca un circuito per fare filtro che ha detto di aver fatto nella scorsa lezione.

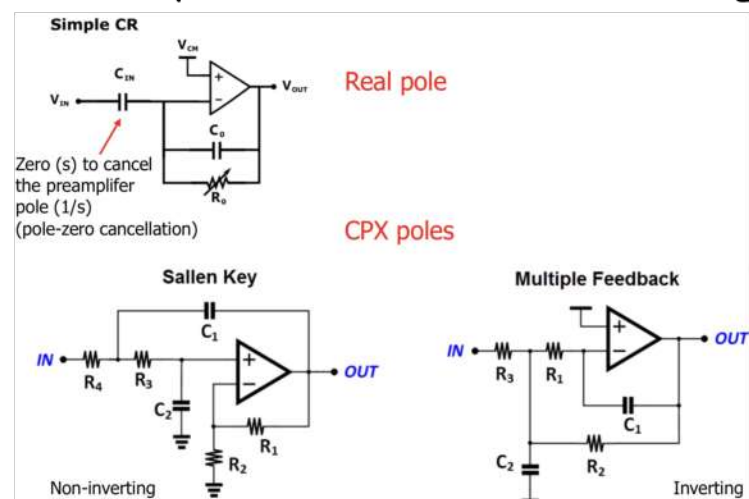
Ha detto di ricordare che nei libri del filtro abbiamo come parametro anche la shaping time.



Mi manca la roba relativa a questo circuito. (è + in basso nelle slide) vediamo che alcuni componenti sono già dimensionati relativamente al shaping time.

Vediamo che abbiamo un HPF all'inizio questo ci porta anche uno zero. Ci serve lo zero perché noi non abbiamo un input un delta ma abbiamo lo step dato dal charge amplifier e quindi per ottenere sempre una gaussianità in uscita noi facciamo uno

zero così "forziamo" all delta (dato lo zero nell'origine) e così forziamo nelle cadute iniziali con il delta in ingresso. È per questo che mettiamo un derivatore nell'origine all'inizio del filtro. Con il derivatore noi facciamo una pole zero compensata del polo del charge preamplifier.



Esistono poi altri modi per creare i poli.

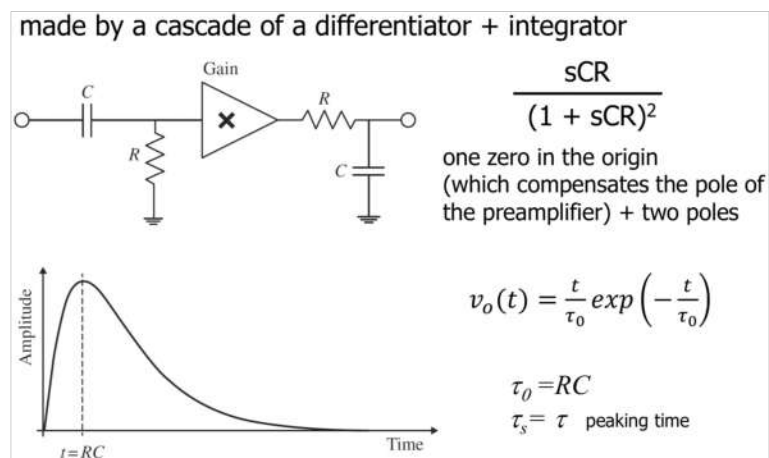
Ci facciamo con gli opamp perché così non succede come nelle reti passive che il segnale dipende anche da cosa ho dopo.

Quando voglio realizzare poli complessi e coniugati posso usare queste strutture. Vediamo che una è invertente e l'altra no.

Se usiamo Kirchhoff otteniamo una FDT ideale. Questa è ideale perché presuppone che il Gloop = ∞, se noi abbiamo che il Gloop non è ∞ abbiamo dei poli non sono due ci aspettiamo, questi poi porta diversi problemi.

L'implementazione di questi filtri è un po' un casino.

Possiamo realizzare una nuova tecnica + semplice e approssimata usando solo una cascata di elementi che realizzano poli reali



Quasi come ci serve un buffer tra i filtri altrimenti le costanti di tempo si mescolano.

Ad esempio posso regolare lo shaping time variando il valore della resistenza R.

Vediamo che la forma non è molto simile a quella che vogliamo



Tuttavia per renderla più simile noi possiamo aggiungere n integratori finali e siamo soddisfatti.

Vediamo che + integratori aggiungiamo più la forma diventa simmetrica. La peaking time che ho è la costante di tempo moltiplicata per il numero di integratori che ho aggiunto. Questo è un filtro molto stabile dato che abbiamo n+1 poli reali.

made by a cascade of a differentiator + n integrators

Differentiator → Integrators →

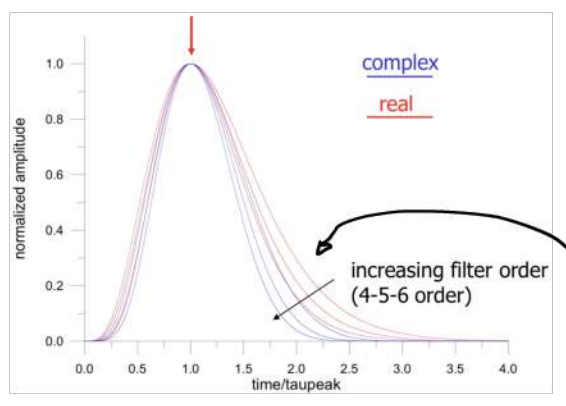
$$H(s) = \left( \frac{s\tau_s}{1 + s\tau_s} \right) \left( \frac{A_{sh}}{1 + s\tau_s} \right)^n$$

one zero in the origin (which compensates the pole of the preamplifier) + (n+1) poles

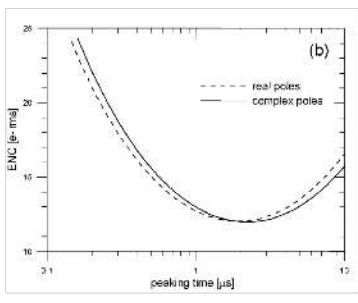
$$v_o(t) = \frac{A}{n!} \left( \frac{t}{\tau_s} \right)^n e^{-\frac{t}{\tau_s}} \quad \tau_0 = RC \quad \tau_s = n\tau_0 \text{ peaking time}$$

Ritorniamo momentaneamente al concetto di shaping time. Quali sono le definizioni di shaping time? Ci sono almeno 3 definizioni di shaping time.

1) La prima definizione di shaping time è il tempo che ci mette ad arrivare al picco (quindi copre tutti i filtri triangolare/gaussiana ecc... in base al tempo che ci mettiamo ad arrivare al picco da quando arriva il segnale). Allora possiamo comparare diversi filtri con la stessa peaking time.

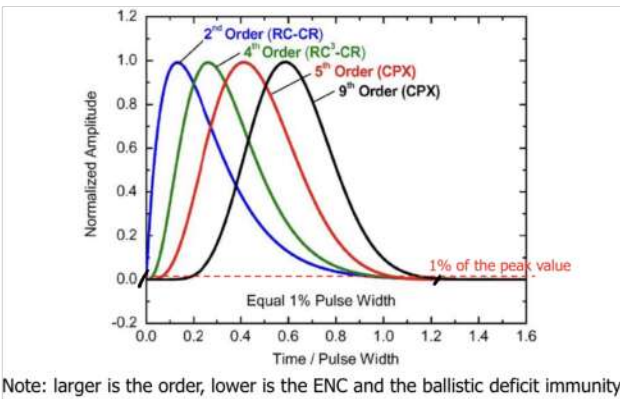


Qui vediamo che c'è la comparazione tra filtro generato con l'approx di Taylor (blu) e quello con filtri Bessel da poli puramente reali (rosso). Noi dobbiamo comparare a stesso ordine quindi la prima riga rossa vs la prima blu. Vediamo che il filtro reale (rosso) è + simmetrico per lo stesso ordine di poli e in + presenta una coda per + tempo. Questo è problematico perché potremo avere il pile up di + segnali.



Se compariamo le curve ENC dei filtri reali e complesso vediamo che sono circa uguali dal pto di vista del noise, il rumore del rumore arriva circa allo stesso valore. Capiamo quindi il perché il filtro reale è apprezzato.

2) La seconda definizione di shaping time si basa sul pile up. il pile-up si basa sulla totale durata dell'impulso. Questa considerazione ci fa definire lo shaping time come l'intera durata dell'impulso (time occupancy). Dobbiamo ultimamente definire meglio la time occupancy perché la gaussiane non riesce mai e non riusciamo a comparare bene ad esempio una gaussiane con un triangolo. Dobbiamo aggiungere ulteriori definizioni (che sono richieste). Noi perdiamo la data della gaussiane con la distanza tra i poli a 1% dell'ampiezza della gaussiane stessa. A noi va bene il 1% perché il segnale è rumoroso.



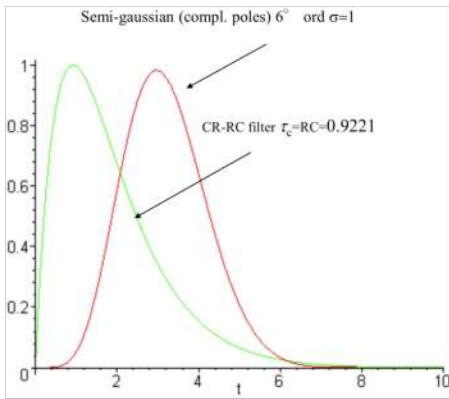
Abbiamo adesso la comparazione di diversi filtri che hanno la stessa durata cui 1% ma hanno no di pic e padding time diverse.

Questo plot è una comparazione di filtri in base alla probabilità di pick-up ma di altre cose.

Se compariamo filtri alla stessa durata cui

1% abbiamo che il filtro nero è meglio rispetto agli altri in termini di rumore e ballistic deficit. Il vantaggio sul ballistic deficit ce lo abbiamo perché il filtro "sele" dopo e quindi la convergenza tra esperienze e le zero in glae.

3) Definiamo come shaping time la costante di tempo di un generico RC-CR filter con stesso picco e stessa area del mio filtro



(Filtro RC-CR del primo ordine)  
Questa è la definizione più usata

### Pole zero compensation

Torniamo a questo argomento.

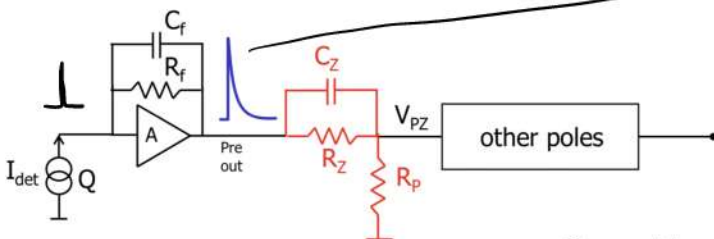
Ni dobbiamo introdurre uno zero neutro per controbilanciare 1/s dato dal charge preamplifier.

Ma non è così facile perché non ho uno step reale dato dal charge ampli ma infatti abbiamo anche una resistenza che senza la capacità.

Questo fa sì che io non abbia più 1/s ma abbia un  $\frac{1}{1+sC_f R_f}$

Ni dobbiamo cancellare questo polo. Ci serve una + sofisticata pole zero compensation

Purpose: compensate (cancel) the pole of the preamplifier with a zero in a the derivative stage



$$V_{pZ} = Q \frac{R_f}{1 + sC_f R_f} \frac{1 + sC_z R_z}{1 + sC_z R_z / R_p} R_p / (R_z + R_p)$$

(choosing  $R_z \gg R_p$ )

You cancel the pole of the preamplifier (e.g. constrained by noise requirements) to obtain another pole (e.g. constrained to be the first pole of the filter)

Questo è l'output del preamplifier

Tuttavia la nostra rete di compensazione ha introdotto anche un polo ma questo polo non dipende solo da  $R_z$  ma anche da  $R_p$ .

Possiamo usare questo polo come primo della mia catena di filtri.

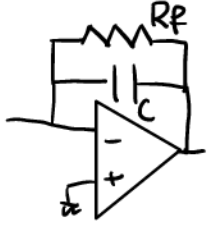
Tuttavia questa soluzione mi forza a un numero dispari di



poi. (2do usano i Rltu ca poi complessa e riuogati)

Tuttavia abbiamo che la  $\tau$  dello zero deve essere regolabile (perché la  $\tau$  del charge amplifier può cambiare) quindi  $R_2$  deve essere variabile.

Ma il polo non lo vogliamo variabile quindi dobbiamo scegliere  $R_1 \ll R_2$ .

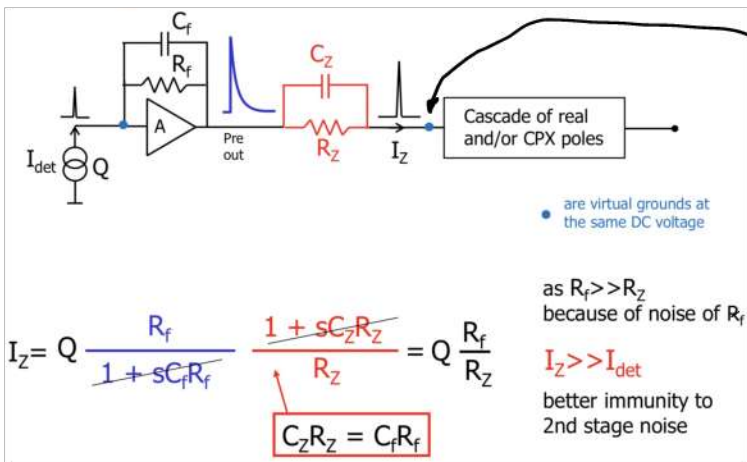


Ma abbiamo che in un peamp il resistore  $R_f$  è scelto molto grande (M $\Omega$ , G $\Omega$ ) in modo da ridurre il suo contributo del rumore all'input e'  $\frac{4KT}{R_f}$

Se noi vediamo la costante di tempo in uscita vediamo che è estremamente lunga. Se noi compensano il polo vediamo che le costanti di tempo dei resistori che usiamo per la compensazione sono trascurabili quindi possiamo usare resistori di valore più piccolo.

Dato che ce ne abbiamo detto il polo del charge amplifier è molto lungo non possiamo usarlo direttamente come primo polo della catena ma dobbiamo fare la compensazione che ci darà un altro polo ma questo dato che non ho limiti sul rumore sarà molto + veloce.

### Alta pole zero compensator



In questo caso sfruttiamo la virtuale grand degli stadi successivi

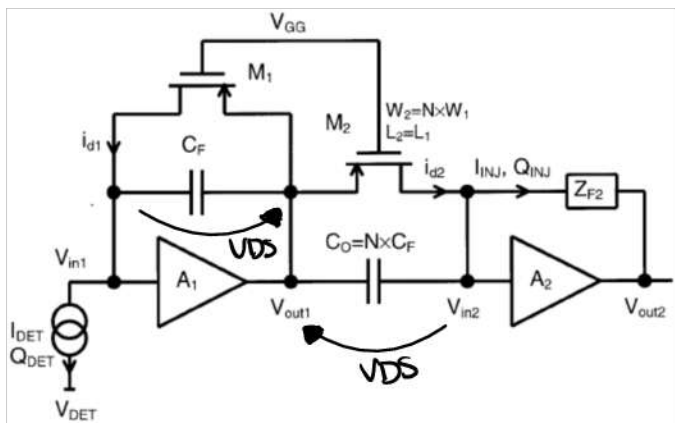
Ora non ho + segnali di tensione ma di corrente.

Con questa tecnica non ho il polo quindi questa soluzione è più versatile perché non ho + un polo reale obbligatorio.

Ultimamente dato che  $R_f > R_z$  per

il rumore, allora abbiamo un abbiamo pure un'amplificazione.

Tuttavia questa rete non è implementabile in tecnologia CMOS perché i resistori sono troppo lunghi. Allora dobbiamo fare un trucco, al posto dei resistori usiamo un mosfet in triode



Possiamo usare un mosfet con resistenza di M $\Omega$  o G $\Omega$  quando il mosfet è in subthreshold ed è praticamente spento.

Tuttavia il mosfet non ha solo un valore di resistenza quindi se usiamo il valore di tensione sul mosfet la nostra resistenza non è più uguale. La resistenza dipende dal VDS sul mosfet

E nel nostro caso del charge amplifier noi stiamo modificando la VDS del transistor.

← Abbiamo una risposta del tipo che non è lineare.



Tuttavia se il 2° transistor è identico al primo abbiamo che si comporta nello stesso modo e quindi i 2 vanno a autocompensarsi.

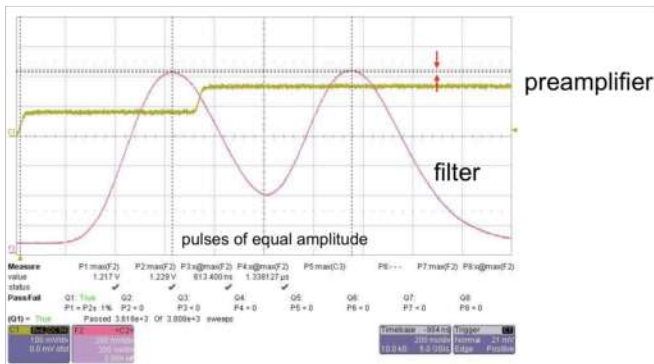
Dobbiamo ricordare che  $C_F R_F = C_2 R_2$  e per questo di solito  $R_F = n R_2$  il fatto che le 2 resistenze siano diverse ma si comportino in modo uguale è strano? No semplicemente i 2 transistor hanno la stessa  $L$  ma  $R_2$  ha una lunghezza  $W$  in  $e^{-1}$  grande così la resistenza è bassa.

Anche  $C_2$  dovrà essere  $n$  volte  $C_F$ . Se io volessi fare un condensatore  $n$  volte + grande dovei fare semplicemente un condensatore  $n$  volte + grande? No perché se già il condensatore + piccolo ha delle impurità prossime se lo lo faccio  $n$  volte + grande gli effetti prossimi non scendono di  $n$  volte. Allora per fare un condensatore  $n$  volte + grande prendo lo stesso condensatore  $n$  volte e li collego in parallelo.

Lo stesso trucco si usa nei mosfet, infatti se ho un mos con  $W/L = \frac{2}{95}$  e io devo farlo uguale ma  $n$  volte + spesso allora prendo  $n$  mos e li collego in parallelo.

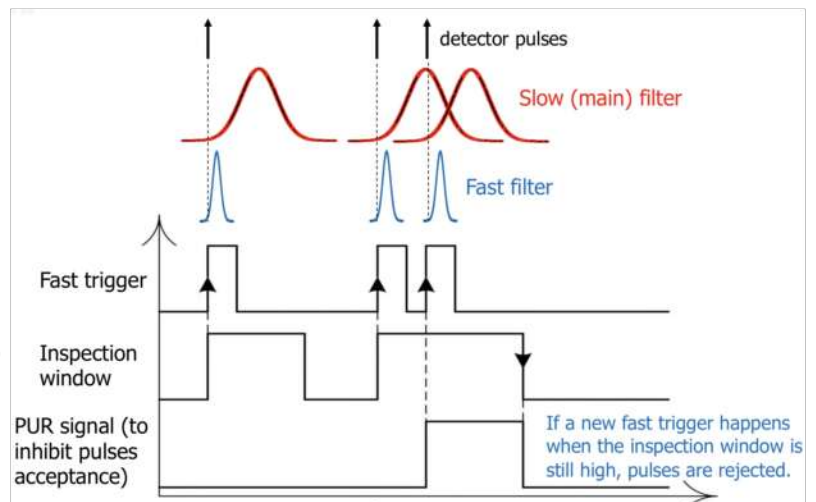
## Pile-up

Abbiamo diversi casi in cui si può manifestare un pile-up. Ad esempio con solo impulso oppure con 2 gradi ecc.



Ad esempio in questo caso noi crediamo che il 2° impulso sia + grande del primo ma non è vero questo è dovuto al fatto che noi abbiamo la base giusta.

Una tecnica per evitare (che non elimina l'impulso che va a sovrapporsi) è la seguente.

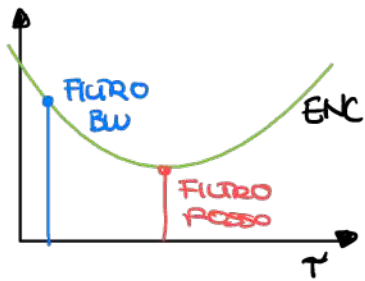


Questa tecnica si chiama pile-up rejector. Questa tecnica consiste di usare anche un fast filter (shortest shaping time) in parallelo. Questo fast filter fa parte un trigger il quale fa a sua volta parte una finestra di spezzare che noi perdiamo così tempo buon per non avere pile-up.

Se abbiamo un singolo impulso niente succede. Se abbiamo 2 impulsi vicini il primo apre la finestra il secondo poi è messo in AND con la finestra window che ci triggera il segnale di PUR che va a dare all'elettronica dopo di eliminare quell'impulso.

Ma se riesco a fare il fast filter perché cazzo non lo uso direttamente come i miei filtri principali? La risposta è che il filtro + veloce è + rumoroso. Se andiamo a vedere la curva dell'ENC vediamo che il shaping time del secondo filtro non ci rende l'ENC ottima.





Questo era un esempio di Pick-up rejecta ed è facile da fare con semplice elettronica.

Nel dominio dell'DSP noi separando la forma che dovremo avere possiamo recuperare gli impulsi singoli della somma fra essi e quindi noi eliminare un impulso ma riuscire a ricostruirli.

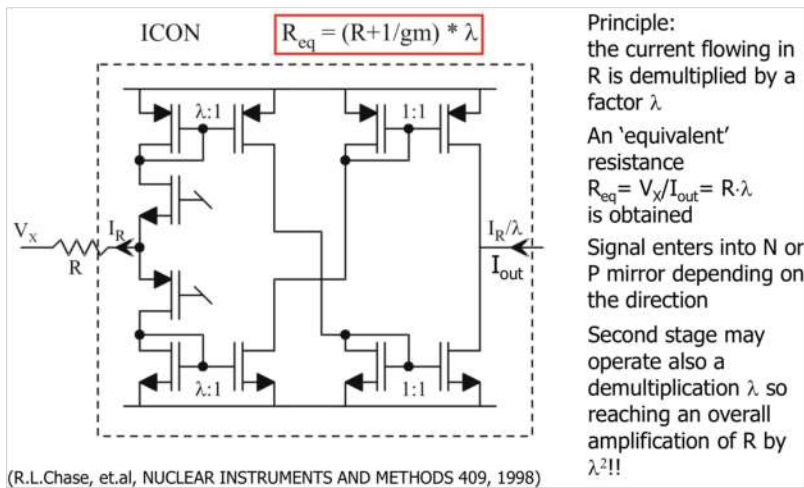
03.05.2022

3h

Le costanti di tempo di filtri per creare la gaussiana sono estremamente elevate. Nei circuiti integrati non possiamo creare questi elementi così grandi: nella tecnologia CMOS, al massimo i condensatori sono decine di pF e quindi i resistori devono essere nell'ordine di MΩ (potremo averli con i MOS in triodo ma non sono veloci precisi e lineari)

Non possiamo nemmeno usare gli switched cap perché siamo a 2te Pca e dobbiamo ricordare di Nyquist.

Tuttavia abbiamo altre soluzioni, partiamo dalla semplice legge di Ohm  $V=R \cdot I$ . Noi abbiamo 2 emulare la legge di Ohm con un circuito in modo che la corrente di uscita del sistema sia  $I = \frac{V}{R \lambda}$



Abbiamo un resistore R (di valore piccolo) e una tensione  $V_X$ .

Poi abbiamo un cascode, (solo metà circuito è attivo per volta in base al verso della corrente).

Abbiamo poi uno specchio con dimensionamenti  $\lambda:1$  (demoltiplicazione) quindi la corrente d'uscita è  $\lambda$  volte + piccola della prima, quindi  $V = R \cdot I \Rightarrow R = V/I$  quindi R è  $\lambda$  volte + grande.

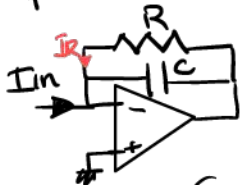
A cosa serve il secondo specchio? Serve per invertire il verso della corrente per mettere la corrente d'ingresso (che nell'esempio era uscente, allora quella di uscita deve essere entrante).

Dato che abbiamo un 2° specchio possiamo farlo anche lui demoltiplicare in modo che anche in totale  $\lambda^2$  come fattore moltiplicativo per R.

Dobbiamo tuttavia ricordare che abbiamo anche l' $1/gm$  del cascode quindi è importante ricordare che  $R_{eq} = (R + 1/gm) \cdot \lambda$

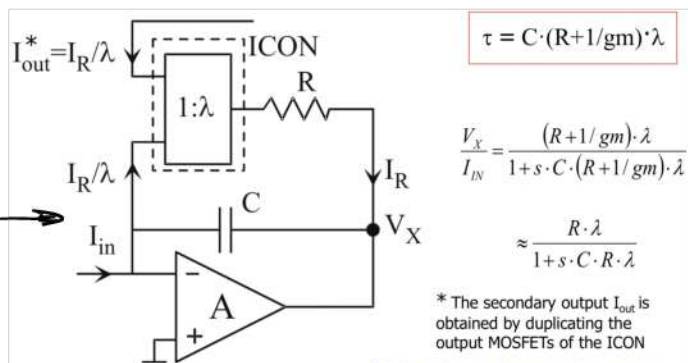
Questo a noi non piace perché  $1/gm$  dipende dalla corrente nel cascode e la corrente del cascode potrebbe dipendere dal segnale e questo può portare non idealità.

Implementiamo un filtro con questa struttura



è un filtro normale, la corrente  $I_R$  è quella che si fa scaricare il condensatore

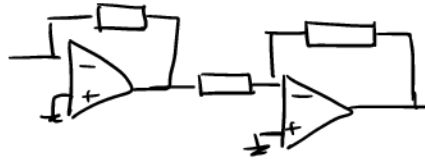
Con questo circuito la corrente che scarica il condensatore è  $I_R/\lambda$ .



\* The secondary output  $I_{out}$  is obtained by duplicating the output MOSFETs of the ICON

limit: dependence from gm

Possiamo poi aggiungere poi al sistema con il classico voltage approach



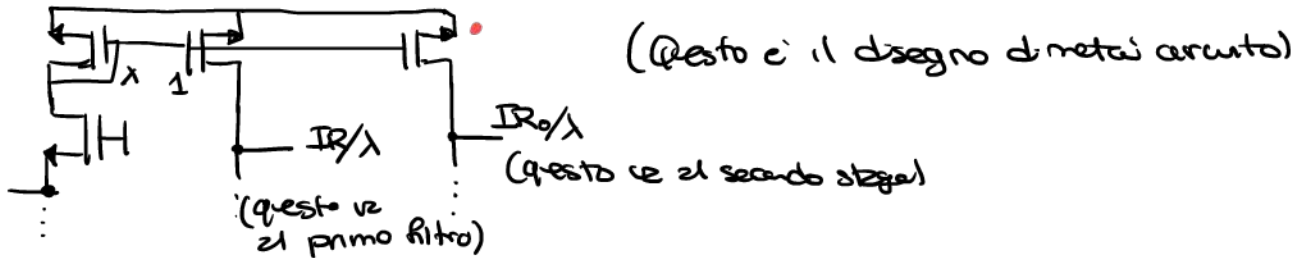
Ma usando il nostro ICON possiamo usare un **Current approach**, noi sappiamo che

$$I_{out} = \frac{I_R}{\lambda} = \frac{V_x}{R\lambda} = \frac{1}{R\lambda} \cdot \frac{R \times I_{in}}{1 + sCR\lambda} = I_{in} \frac{1}{1 + sCR\lambda}$$

Noi vediamo che la corrente di output è uguale alla corrente  $I_{in}$  moltiplicata per un polo. Quindi abbiamo un bellissimo current-mode filter.

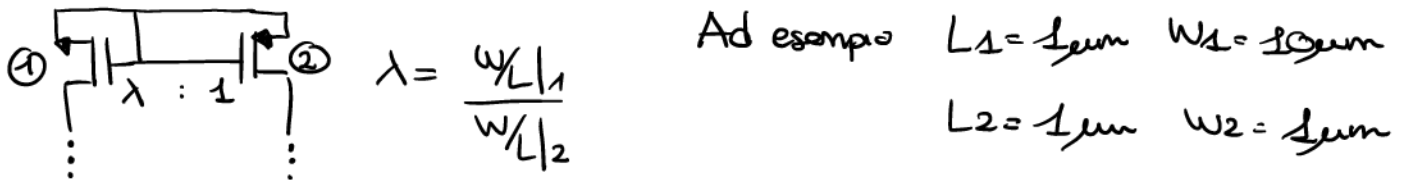
Quindi noi possiamo prendere l'output di corrente di una cella e metterlo come input di un'altra, in questo caso noi possiamo ottenere  $\frac{1}{(1 + sCR\lambda)^n}$  (è per questo che abbiamo il 3° terminale dell'ICON di replica  $I_{out}$  nel circuito sopra)

Per ottenere questo  $I_{out}$  ulteriore uso un altro specchio



Questo transistor non deve essere uguale agli altri 2 (perché è fuori del loop del filtro) quindi posso vedere il suo dimensionamento per fare un'implicazione.

Comenziamo adesso un po' sul fattore  $\lambda$



Abbiamo dell'occupazione di area che non è del tutto trascurabile

Dobbiamo ora risolvere il problema di  $1/gm$ .

**An improved ICON solution**

Non c'è più il 2° specchio.

$R_{eq} = R * (\lambda + 1)$

Original ICON cell (Chase, Hrisoho, 1998):  
 $R_{eq}$  determined also from  $1/gm$  of the common-gates and not only by R  
 (in this example an 'inverting' cell is shown, without the second mirror)

Modified ICON cell:  
 $R_{eq}$  determined by R only

$I_{out} = \frac{I_{in}}{1 + s\lambda RC}$

•  $I_R = V_x / R$   
 (no effect of  $1/gm$  MOS because low-impedance node of the loop)  
 •  $1/gm$  ICON negligible vs. output impedance of the MOSFET

Abbiamo che R non è più in parallelo a C e abbiamo poi un PMOS che fa da source follower.

La vera differenza è che la cella ICON non è più vicino a R, ma la corrente  $I_R$  che passa in R passa nel PMOS e poi entra nell'ICON.

Il fatto di avere il PMOS in mezzo non fa sì che non veda il  $1/gm$  dell'ICON

Gen di corrente che serve solo per il bias.



Ma non vediamo l' $1/\lambda$  gm del ALOS? ma questo non è il caso perché questo è l'output node del feedback amplifier e quindi il feedback fa sì che noi abbiamo una bassa impedenza.

Se noi consideriamo anche il guadagno reale di A abbiamo che la FDT della corrente del sistema è:

$$I_{out} = I_{in} \frac{1 + sCR}{1 + sCR(\lambda + 1)}$$

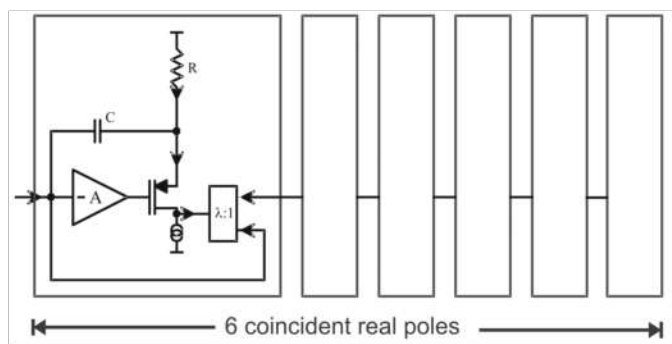
the zero is  $\lambda$  times faster than the pole (be aware for small  $\lambda$ !)

In questa formula vedo che non ho solo un polo ma ho anche uno zero, ma non è un problema perché lo zero è a più alta frequenza del polo.

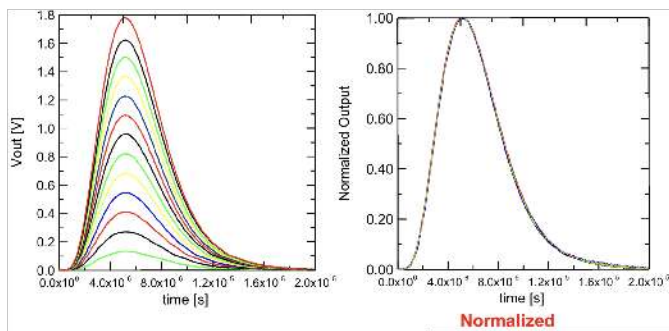
(in pratica lo zero è compensato dai poli prossimi ad alta frequenza presenti nel circuito).

Il problema potrebbe presentarsi se usiamo  $\lambda$  piccolo perché polo e zero si compensano, ma se  $\lambda$  è piccolo non ci serve usare il circuito in prima istanza.

Quindi per implementare un filtro con poli reali ci faremo così:



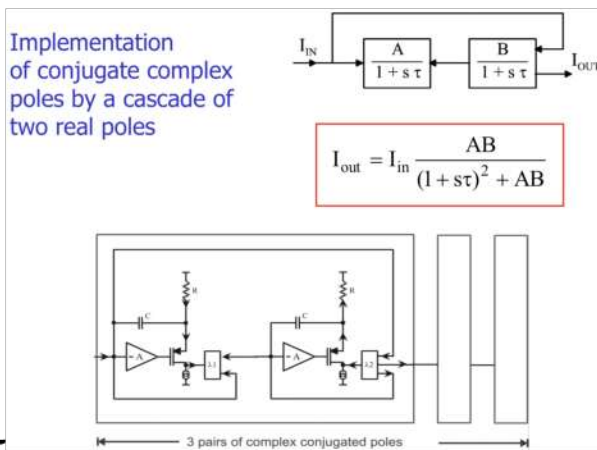
Questo è il circuito che ci blocchi bianchi non sono altro che il blocco iniziale ripetuto + volte.



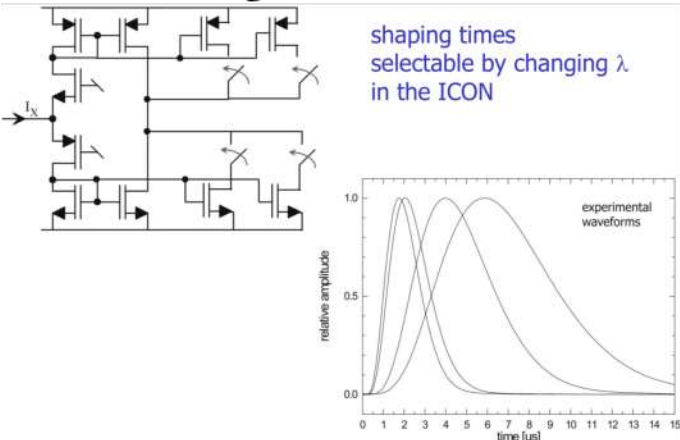
il grafico ci mostra la waveform a diversi valori di segnale d'ingresso, vediamo che una volta normalizzati si sovrappongono e questo vuol dire che il segnale non varia la waveform come accadeva quando non eliminavamo l'indamento con  $1/\lambda$  gm.

Per implementare poli complessi e coniugati faremo la cascata di 2 poli reali con un feedback.

I valori A e B sono i fattori di mirror in uscita della cella (cioè il valore del fattore dello specchio sulla seconda uscita).



Noi sappiamo che l'ENC ha una dipendenza della shaping time, dobbiamo quindi ottimizzare lo shaping time.



Quando realizzeremo un filtro ci viene conosciuta la possibilità di scegliere tra diversi shaping time. Questa flessibilità è di difficile realizzazione negli IC.

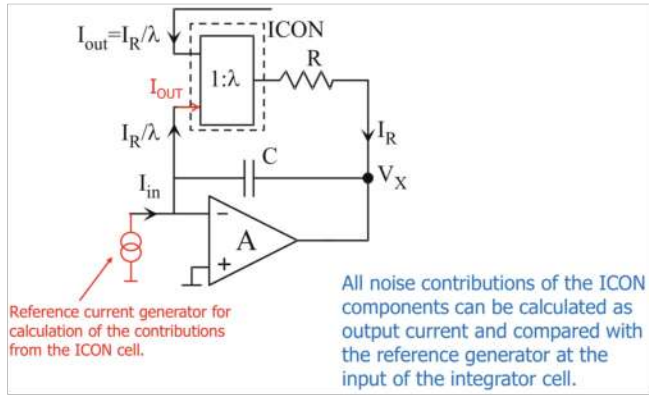
Tuttavia con l'ICON abbiamo questa flessibilità perché venendo a possiamo avere lo shaping time.

Posso creare un circuito con il quale posso scegliere digitalmente che cosa stiamo.

# Rumore elettronico della cella ICON

Dobbiamo studiare questo e' rumoroso questo circuito.

Carichiamo una reference per calcolare il generatore equivalente di rumore



Qui scegliamo il generatore di corrente di output perché abbiamo in tutti gli stadi un input di corrente.

Entriamo quindi nella cella a calcolare il rumore di corrente all'uscita

Noi calcoliamo il rumore del Top branch da tutto per simmetria e' uguale a quello sott.

Abbiamo i mosfet con

$$4KTg_m\alpha + \frac{K}{P}R$$

Noi facciamo i conti senza rumore  $1/R$  tanto segue lo stesso trasferimento del rumore bianco.

Attenzione però quando i mos sono in weak inversion il rumore bianco non e' più  $4KTg_m\alpha$  ma e' data da  $2qI_0$ .

Vediamo che Q1 e' diretto all'output, poi vediamo che Q2 e' collegato a specchio con Q1.

il rumore su Q2 e'  $2qI_0\lambda$  ma il trasferimento del rumore e'  $1/\lambda^2$  perciò all'output abbiamo  $\frac{2qI_0\lambda}{\lambda^2} = \frac{2qI_0}{\lambda}$  quindi il contributo e' trascurabile.

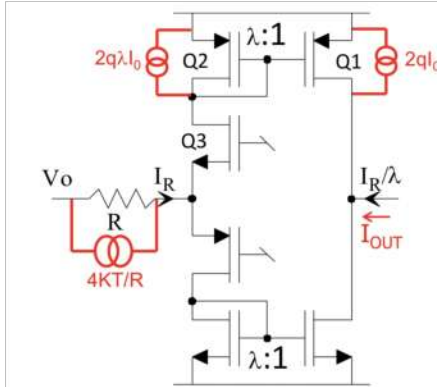
Come vediamo il rumore e' dominato dal output transistor. Per ridurre il rumore noi abbassiamo il valore  $I_0$  al minimo che posso.

( $I_0$  e' la corrente di output), se riduco  $I_0$  riduco anche la corrente del branch di input. Se riduco la corrente di input la  $g_m$  del cascode cresce drasticamente.

Abbiamo quindi un trade/off tra  $g_m$  e rumore d'uscita

il rumore della resistenza R d'ingresso risulta divisa per  $\lambda$  e questo e' molto bello perché se noi avessimo l'icon avremo una resistenza con rumore  $\frac{4KT}{R}$  e non  $\frac{4KT}{R\lambda}$ . Questa proprietà e' chiamata cold resistor

(quando facciamo un resistore grande ma con meno rumore).



Q1: its noise is already at the output:  $2qI_0$

Q2: its current is  $\lambda$  larger but its noise is demultiplied by  $\lambda^2$  at the output:  $2qI_0/\lambda$

Q3: its noise is cancelled, being a cascode

R: its noise generator is demultiplied by  $\lambda^2$  at the output:  $4KT/R \cdot 1/\lambda^2 = 4KT/(\lambda R) \cdot 1/\lambda = 4KT/(R_{eq}) \cdot 1/\lambda$

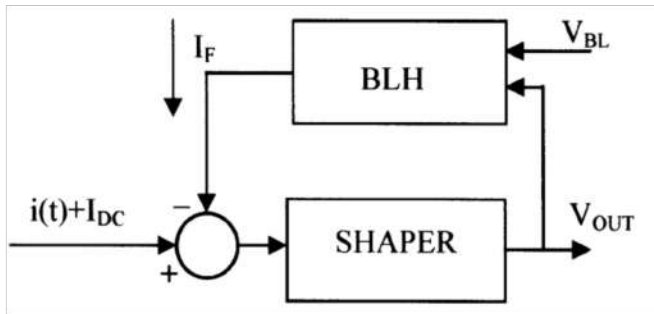
Notes: 1) all thermal noise generators have been approximated as shot noise, as MOSFETs are in weak inversion; 2) same calculation for the bottom stage.

The resistor noise is lower by a factor  $\lambda$  vs. the noise of the equivalent resistor  $R_{eq} = \lambda R$ !! ( $\Rightarrow$  'cold resistor')



### Baseline holder

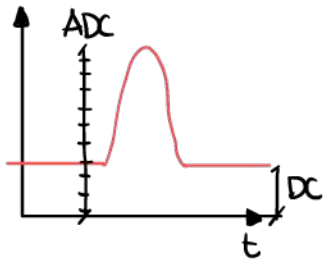
Questo circuito ha il compito di settare la DC voltage all'output dello shaping amplifier



Noi misuriamo la DC all'output e la confrontiamo con un nostro valore che vogliamo. Se il valore è diverso noi mandiamo in uscita una corrente.

Noi facciamo questo perché lo shaping amplifier può avere un DC value dovuto al biasing

interno dello shaping amp. A noi non piace questo valore perché ci romba negli ADC. (occupano una parte troppo grande del full-scale range)



Noi vogliamo mettere la DC a terra così sfruttiamo al massimo l'ADC. (non per forza a terra, può essere in qualsiasi livello di tensione)

C'è anche un motivo + stringente di questo, infatti nelle scorse lezioni abbiamo visto.

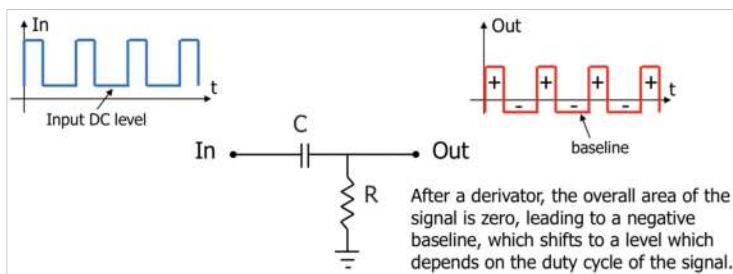
In DC con i condensatori aperti abbiamo un path diretto della corrente in DC attraverso le resistenze e quindi abbiamo una tensione DC in uscita



Questo fenomeno è grave perché la corrente di leakage del detector varia nel tempo (Temperatura ecc)

quindi noi abbiamo il nostro segnale sopra un segnale quasi DC che varia molto lentamente.

C'è una soluzione molto rapida per fixare l'output, usiamo la AC coupling



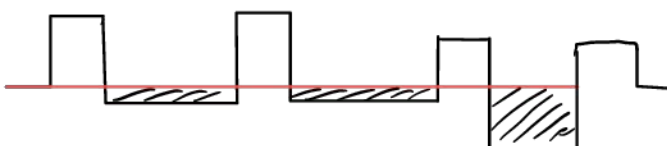
Tuttavia questa soluzione ha una limitazione, sappiamo di avere un treno di impulsi sopra una tensione DC.

Cosa succede al treno di impulsi passato in un derivatore (AC coupling)?

Abbiamo che il treno di impulsi è shiftato a terra ma abbiamo alcune parti che sono a tensioni negative. Infatti l'AC coupling fa sì che l'area debba essere assolutamente 0, questo significa che la parte positiva e negativa si devono compensare.

Abbiamo quindi una baseline negativa, la rottura della baseline è che se la distanza degli impulsi è random (come accade in un rivelatore) allora succede che la baseline varia (perché invece deve essere sempre 0).

Questo è male perché l'informazione è nell'altezza dell'impulso che però se la baseline aumenta l'altezza va diminuendo rispetto a 0.



Vediamo che la baseline scende con 2 picci uoni

# Dimostrazione con l'area sotto il segnale

$$V_{out}(s) = V_{in}(s) \frac{sCR}{1 + sCR}$$

È LA FDT DEW AC COUPLER (IN PRATICA È UN DERIVATORE)

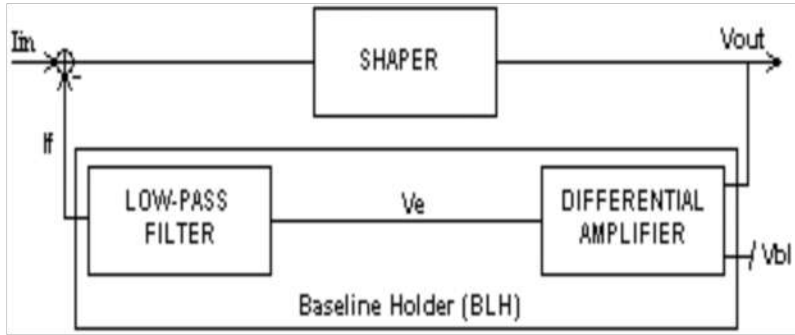
Teorema del residuo

$$\lim_{t \rightarrow 0} \int V_{out}(t) dt = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{V_{out}(s)}{s} \rightarrow 0$$

Because of the zero in the origin from the derivator.  
 ⇒ The signal area is zero

Questo ci fa vedere come cambia l'area del segnale a tempo infinito

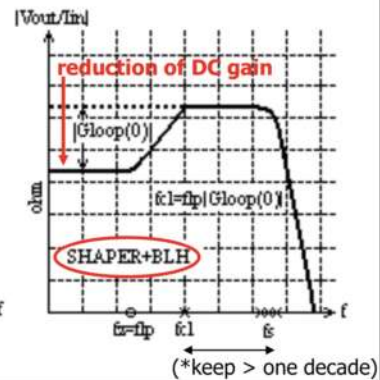
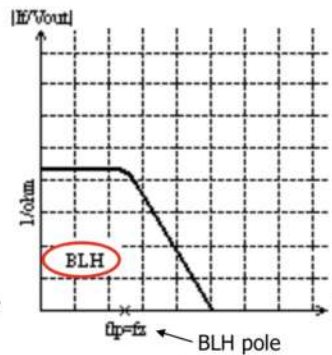
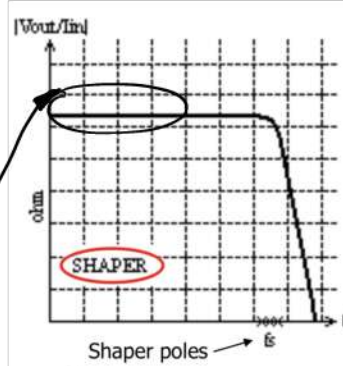
## Struttura base di un Baseline holder



Ci serve un LPF perché noi vogliamo controllare lo shaper output solo a DC altrimenti noi killemo tutto il segnale.

Analizziamo adesso i diagrammi di Bode dei vari elementi

Il primo grafico è quello dello shaping amplifier e circuito aperto. Il trasferimento in DC è quello che a noi non piace.

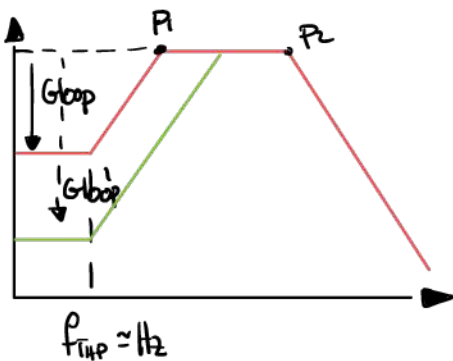


Il 2° plot è quello che fa il trasferimento tra corrente Ip e Vout. In questo caso come detto il baseline holder è un LPF.

Unendo i 2 in un feedback negativo otteniamo il 3° bode plot, è praticamente la stessa FDT dello shaping amplifier tuttavia a basse frequenze abbiamo il drop del guadagno.

Il grado di soppressione della DC voltage è dato dal loopgain, noi vogliamo il Gloop più grande possibile. o no?

Però considerando la FTHP fissa a basse frequenze abbiamo



Però se noi volessimo meno guadagno ci verrebbe da aumentare il Gloop ma questo non va bene perché dobbiamo ricordare che il prodotto guadagno banda si deve mantenere.

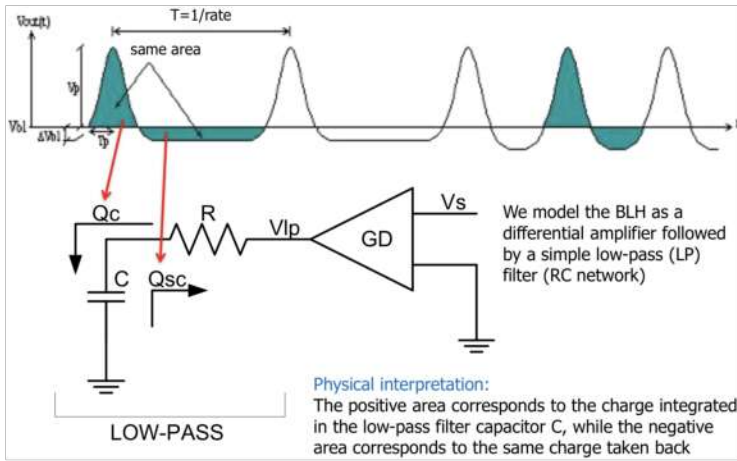
Quindi il polo p2 va a shiftarsi a destra e va a incidere la risposta dello shaper (però anche a p2 ed è un disastro).

Noi allora fissiamo prima lo zero poi progettiamo il Gloop in modo che p2 sia almeno a una decade di distanza rispetto a p1.

Ma al momento noi stiamo facendo la stessa cosa dell'AC coupling solo più complessa (infatti abbiamo sempre uno zero nella FDT) e quindi abbiamo ancora il problema baseline shift.



Per sopprimere la baseline shift dobbiamo vedere questo shift in modo più intuitivo. Supponiamo di avere impulsi zeri  $V_p$  e di durata  $2\tau_p$ . (impulsi circa triangolari) lo shift lo scriviamo  $\Delta V_B$ , più pensiamo come  $T$  il valore di distanza tra 2 impulsi.



Come abbiamo già detto se  $T$  si riduce  $\Delta V_B$  aumenta perché l'area due aree  $\propto$ .

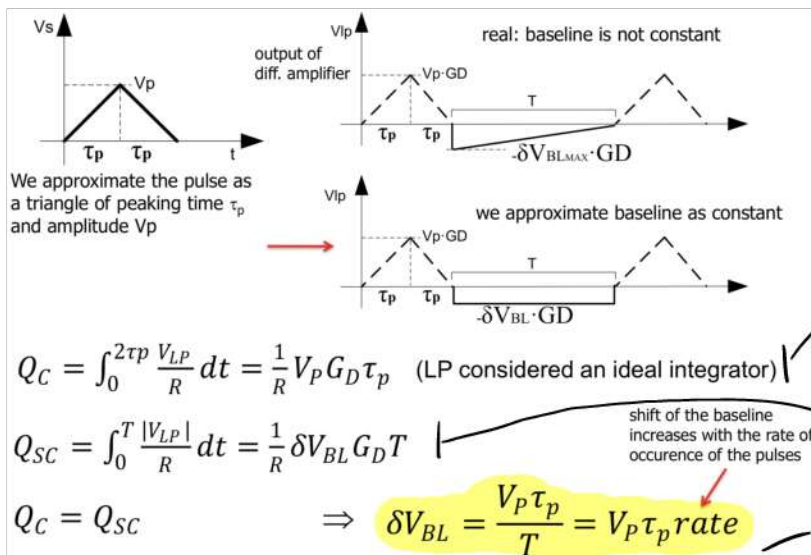
Non possiamo vedere il baseline holder come un differential amplifier e un LFF (come già detto)

Quindi lo stream di segnali di segnali posso vederlo come:

Quando il segnale è positivo ho che il condensatore si carica. Allora noi abbiamo anche una negative baseline per scaricare

il condensatore. (seve che sia negativa perché c'è seve corrente in verso opposto per togliere la carica dal condensatore)

Però nella versione negativa del baseline noi lavoriamo sulla carica e scarica del condensatore.



Analisi: matematica della baseline

Vediamo che nella realtà la baseline non è un rettangolo perfetto.

Allora noi l'approssimiamo con un valore costante.

(Carica immessa nel condensatore  $C$  è l'area del rettangolo)

Area presa dal condensatore (è uguale a quella immessa)

Possiamo calcolare quindi lo shift negativo della baseline tramite questa formula.

(vale anche per IAC coupling)

Questa formula ci mostra la drammaticità della baseline shift, infatti questa dipende dal rate ma anche dall'ampiezza del segnale.

Non possiamo migliorare la situazione in 2 modi; nel primo noi amplificiamo un botto il differential amplifier così saturiamo quando abbiamo il segnale (così seppiamo la carica che mettiamo nel condensatore, più detto che il segnale sotto non satura ho che dipende dal  $G$  dell'amplificatore il segnale partiva no) il 2° modo è quello di introdurre uno slew rate.

Ricordiamo che il bilanciamento tra area positiva e negativa esiste sempre, ma se noi riduciamo l'area equivalente all'input allora riduce anche quella negativa quindi ho meno baseline.

# 1°) Facciamo saturare

$Q_C = \int_0^{2\tau_p} \frac{V_{DD}}{R} dt = \frac{1}{R} V_{DD} 2\tau_p$  diff. amplifier is saturating to VDD for the signal

$Q_C = Q_{SC} \quad \frac{1}{R} V_{DD} 2\tau_p = \frac{1}{R} \delta V_{BL} G_D T$

$\Rightarrow \delta V_{BL} = \frac{V_{DD} 2\tau_p}{G_D} \text{rate} = V_p \tau_p \text{rate} \left[ \frac{2V_{DD}}{V_p G_D} \right] < 1 \text{ for large } G_D$

note: the behavior of the circuit can be represented as an equivalent linear system where at the input of the differential stage there is a rectangle of amplitude  $V_{DD}/G_D$  instead of the shaper pulse

Facciamo crescere così tutto il guadagno che la risposta si trasferisce in un rettangolo di ampiezza  $V_{DD}$ . Noi adesso calcoliamo la carica fornita al condensatore.

Noi assumiamo che la baseline è così piccola che non è saturata. Noi abbiamo la stessa formula della slide precedente  $Q_C = Q_{SC}$  con le 2 nuove formule delle cariche.

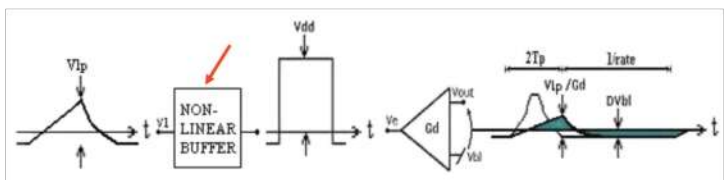
Allora noi calcoliamo l'offset della baseline, vediamo che abbiamo un fattore moltiplicativo  $< 1$  perché è diviso per il guadagno  $G_D$ .

Il trucco di questa struttura è che nel picco positivo non ho dipendenza da  $G_D$  perché sotto sempre mente ho  $G_D$  sulla baseline.

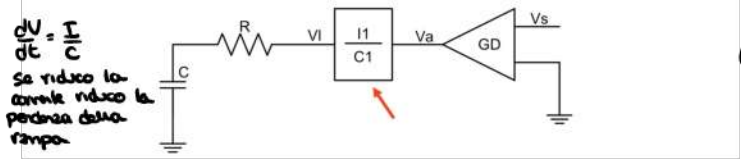
Abbiamo che le 2 aree sono uguali ma l'area del segnale positivo è ridotta rispetto al segnale standard quindi ho meno baseline perché ho meno area. Noi abbiamo l'area + piccola perché siamo prima dell'amplificatore, noi vediamo il segnale in ingresso che è equivalente rettangolo  $V_p/G_D$  perché in uscita abbiamo un segnale rettangolare di ampiezza  $V_{DD}$ .

# 2°) metodo dello slew rate

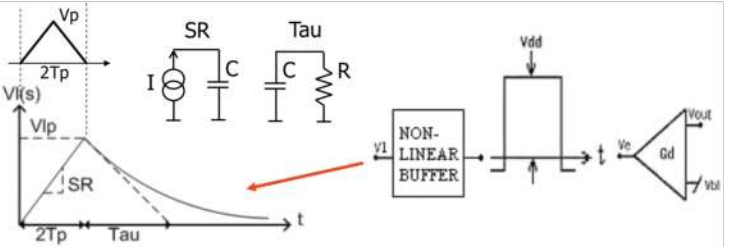
Possiamo integrare meno carica quando carichiamo e la stessa quando scarichiamo.



a non-linear buffer is inserted between the differential stage and the low-pass filter in order to introduce a slew-rate which, therefore, further reduces the fraction of the area of the output pulse which is integrated

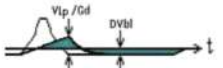


Tipicamente lo slew rate è qualcosa che noi non vogliamo ma oggi noi lo sfruttiamo inserendo un buffer non lineare. Noi facciamo sempre sì che l'amp è saturi il segnale ma poi mettiamo lo slew rate così noi ho + l'integrazione del rettangolo ma è lo quello di un tempo (se sono bravo cerco a prendere un'area + piccola). Così quando ho il bilancio di area noi ce ho zero meno area negativa.



The non-linear buffer produces a ramp on  $V_1(t)$  as long as the output of the amplifier is saturated; then, once reached the peak value  $V_p$ ,  $V_1(t)$  returns to zero with an exponential decay having time constant  $\tau$  (the first phase corresponds to the charge integrated in a capacitance in a slew-rate regime while the second phase regards the RC discharge of such capacitance - see later for implementation).

As seen before, such non-linear circuit can be represented as an equivalent linear circuit in which each event produces at the input of the differential amplifier the response of the figure above, scaled by a factor  $1/G_D$ :

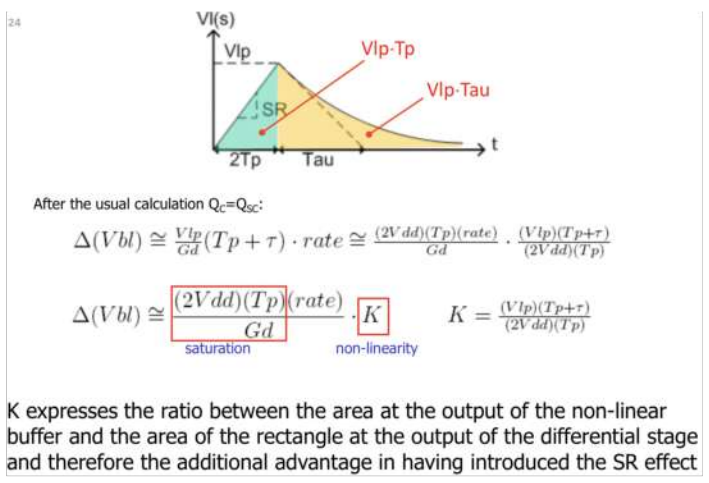


Quando ho il triangolo noi ce cerco con lo slew rate poi noi cela a esponenziale decrescente.

Proviamo ora a calcolare l'area del segnale.

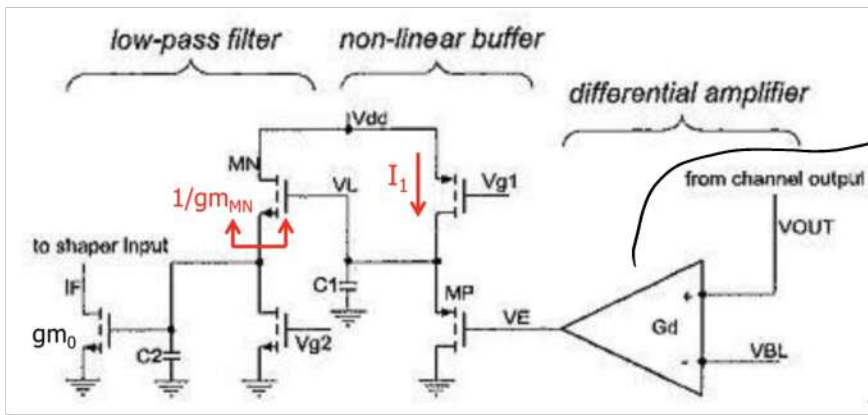


Calcolata l'area sotto il valore della carica integrata e quindi anche quello di quella disintegrata.  
 Lavorando sulle formule ci possiamo vedere quanto è il baseline shift.  
 Abbiamo che lo shift è uguale a quello della saturazione moltiplicato per un fattore  $K < 1$  ( $< 1$  perché nel Vlp (che finisce lo slew rate) al momento).  
 Se ci facciamo una rampa molto lenta Vlp è molto piccolo.



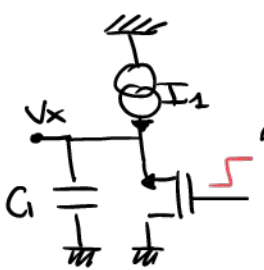
06.05.2022

3h



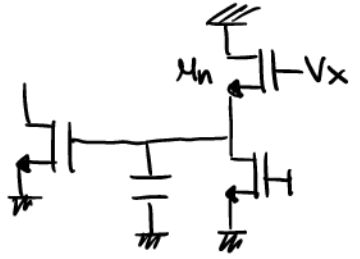
Implementazione circuited per ottenere uno slew rate lento  
 è un OTA standard, non sarà veloce perché è un circuito lento solo per togliere la baseline. Quello che vogliamo togliere sono gli offset interni. Perché se abbiamo offset non portiamo esattamente il valore a quello della baseline.

Dopo abbiamo un buffer non lineare, per avere lo slew rate, per farlo usiamo un source follower (che è il primo stadio dove il 1° mos fa un gate di corrente mentre MP fa il source follower)



L'output saturo quindi il PMOS va a spegnersi.  
 Se il PMOS va a spegnersi otteniamo uno slew rate perfetto perché tutto corrente nel conduttore e quindi la tensione  $V_x$  sale a rampa.  
 Ma quindi cosa serve il PMOS? Dobbiamo ricordare che dobbiamo avere lo slew rate solo quando abbiamo segnale.

Abbiamo poi il blocco low pass



Abbiamo poi un 2° follower Mn con un secondo generatore di corrente alla base (stessa cosa del circuito di prima) Ho un LPF perché il conduttore vede  $1/g_m$  del Mosfet Mn. Noi dobbiamo ricordare che il polo è a frequenza estremamente basse perché noi possiamo usare una resistenza reale ma usiamo  $1/g_m$ , ma  $1/g_m$  non dovrebbe essere piccolo? Sì ma se noi mettiamo una corrente di bias estremamente bassa tale che il MOS sia circa off allora lusso.

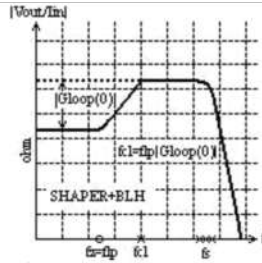
Come ultimo stadio vediamo semplicemente un common source transistor, usiamo questo perché il baseline holder deve dare un uscita in corrente e non in tensione, perché ci serve un voltage to current converter.

# Vediamo come fare il design di questo circuito

Design example:

$$\frac{I_f(s)}{V_{out}(s)} = \frac{G_d g_{m0}}{\left(1 + \frac{s C_{1n} V_{th}}{I_{d1}}\right) \left(1 + \frac{s C_{2n} V_{th}}{I_{d2}}\right)}$$

neglected vs. low-pass pole \*



$$|Gloop(0)| > 100 \quad f_{cl} < \frac{f_s}{100} \quad f_{cl} = f_{lp} |Gloop(0)|$$

$$f_{lp} < \frac{f_s \leftarrow 100\text{KHz}}{(100 |Gloop(0)|)} \quad \frac{C_{2n} V_{th}}{I_{d2}} > \frac{1}{2\pi 10\text{Hz}}$$

$$C_2 = 10\text{pF} \quad I_{d2} < 2\pi \cdot 10\text{Hz} \cdot 10\text{pF} \cdot 25\text{mV} \cong 10\text{pA}$$

Per calcolare l'FDT del BJT noi calcoliamo la cascata dei 3 blocchi visti sopra. (dobbiamo ottenere un LFF) dobbiamo calcolare la FDT lineare lo slew rate e non lineare non centra.

Abbiamo il Gd dell'ota, poi abbiamo il trasferimento dell'area follower che è 1 ma vediamo che poi c'è anche un conduttore quindi ho anche un polo, perciò l'FDT della prima parte è

$$G_d \cdot \frac{1}{1 + s C_1 \frac{1}{g_{m1}}}$$

Dove  $\frac{1}{g_{m1}}$  in subthreshold è  $g_{m1} = \frac{I}{V_T}$  simile a BJT.

Poi abbiamo il 2° stadio con n-follower che ha la stessa formula, poi abbiamo anche la transconduttanza  $g_o$  dell'ultimo transistor che fa la conversione corrente tensione.

$$\frac{I_{out}}{V_{in}} = G_d \cdot \frac{1}{1 + s C_1 \frac{1}{g_{m1}}} \cdot \frac{1}{1 + s C_2 \frac{1}{g_{m2}}}$$

Questo polo esiste ma non ci dice, possiamo non considerarlo perché è alle frequenze il nostro polo principale è dato dall'n-mos (che è a frequenze molto basse)

Dobbiamo adesso determinare i valori dei componenti ricordando tutti i problemi che avevano introdotto ieri.

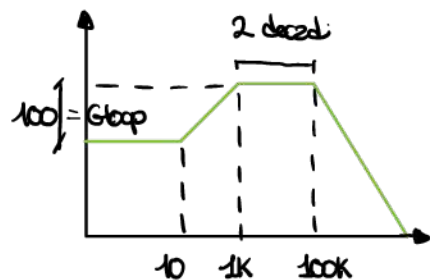
- Vogliamo il primo polo a frequenza estremamente basse
- Non vogliamo far collidere fra loro i 2 poli del BJT e dello shaper (sono tre e almeno una decade di distanza, non prendiamo 2 decade perché ci piace il +)

$$|Gloop(0)| > 100 \quad f_{cl} < \frac{f_s}{100} \quad f_{cl} = f_{lp} |Gloop(0)|$$

$$f_{lp} < \frac{f_s \leftarrow 100\text{KHz}}{(100 |Gloop(0)|)} \quad \frac{C_{2n} V_{th}}{I_{d2}} > \frac{1}{2\pi 10\text{Hz}}$$

Deciso ora, dato che  $f_s = 100\text{KHz}$  allora abbiamo una shaping time di  $\approx 2\mu\text{s}$ . (inverso della frequenza)

Con questi limiti ci serve  $f_{lp} < 10\text{Hz}$  (è un fattore dato dalla sub-threshold)



Perciò noi dobbiamo mettere il filtro LFF con un polo a  $10\text{Hz}$ , allora noi abbiamo che

$$\tau = \frac{1}{2\pi 10\text{Hz}} < \frac{C_2}{g_{m2}} = \frac{C_{2n} V_{th}}{I_{d2}}$$

Se noi facciamo  $C_2 = 10\text{pF}$  (già grande per tecnologia integrata), allora

$I_{d2} < 10\text{pA}$  che sono molto pochi, è la corrente di bias del nostro n-follower.

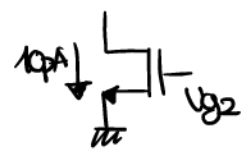
Ma  $10\text{pA}$  è una corrente di bias estremamente inaffidabile, quindi fluttua abbastanza.



Per noi questo non è un grande problema perché questo muove solo di un po' il polo dell' LFF (non ci serve che sia estremamente preciso).

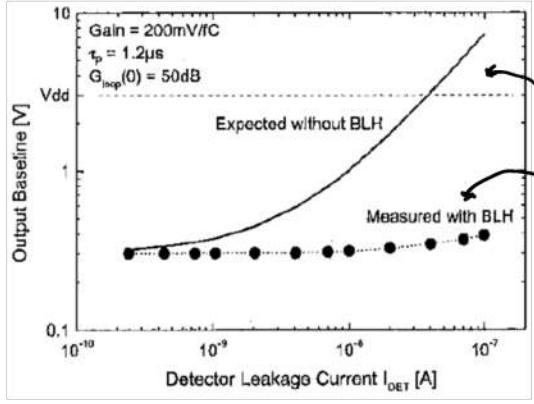
Capiamo che non possiamo usare questa tecnica per zone  $\tau$  grandi nei RITV che dobbiamo essere precisi.

Altro problema



Non possiamo controllare il mos di bias con una tensione direttamente perché sono inaffidabili, se la tensione cambia di pochissimo la potenza esplose un botto.

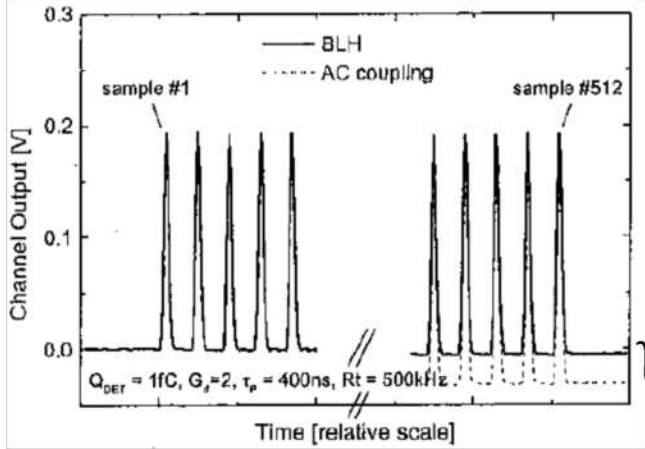
Altra noi per fare questo usiamo una cascata di specchi di corrente giocando sui dimensionamenti, così dobbiamo controllare solo un mos in tensione e questo avrà corrente molto alta, quindi abbastanza stabile.



Ricordiamo che senza il BT avremo un DC path per la corrente che faceva salire la tensione di output

Al contrario con il BT abbiamo questo comportamento, molto più stabile!

Abbiamo poi un test molto interessante per vedere se il BT funziona



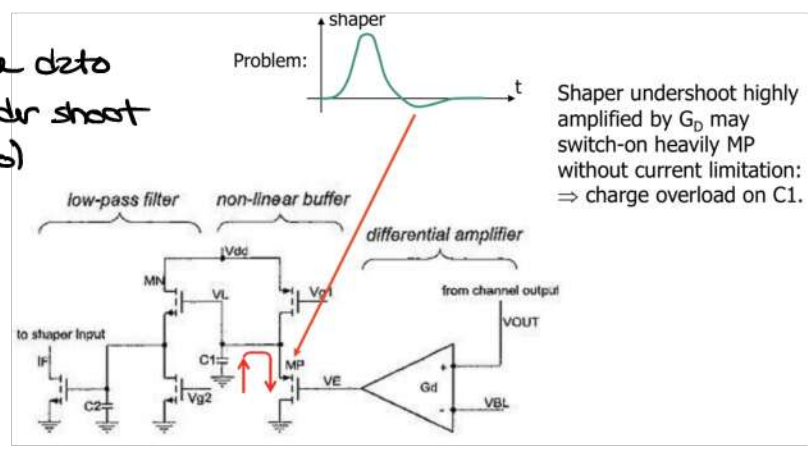
Se noi mandiamo un treno d'impulsi in un AC-coupling abbiamo che questi vanno via via shiftinge per zone zone  $\tau$

Quello che avremo senza il BT, al contrario se usiamo un BT la tensione è shiftata di pochissimo.

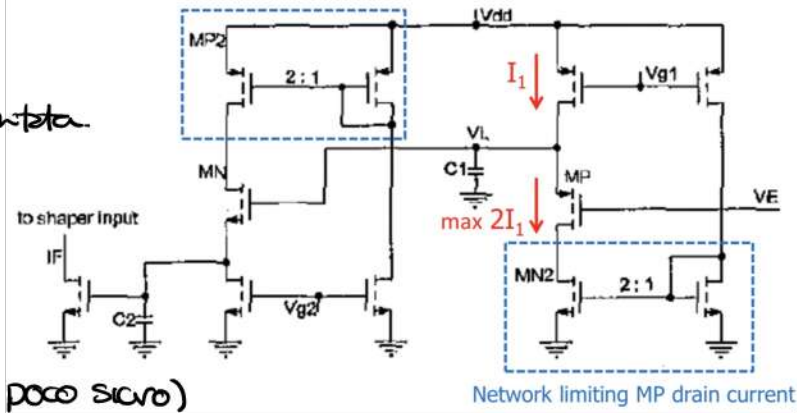
Può succedere due volte che un segnale dato dallo shaping amplifier abbia un under shoot (dovuto a componenti non al valore perfetto)

Questo under shoot è un problema perché il primo ampli ha un gain molto grande per far saturare allora l'under shoot amplifigato al gate del PHOS lo accende e questo scarica il condensatore (noi volemmo che fosse solo la base a scaricare il condensatore)

Il fatto che scarichi il condensatore è un po' una palla perché poi noi lo dobbiamo ricaricare.



Un modo per rischiare poco è introdurre un current limiter per il pmos. In questo modo la max current è limitata.



Domanda!! In DC perché abbiamo  $I_A$  sul top e  $2I_A$  in basso? (il condensatore non lo consideriamo perché siamo in DC)

(Credo perché un condensatore va in triodo, poco sicuro)

### Comparazione numerica tra alcuni Baseline holder

$V_p=1V$        $G_d=10$        $V_{dd}=1.7V$   
 $\tau_p=4\mu s$        $I_1=10nA$   
 $rate = 100k \text{ counts/s}$        $C_1=200fF$

$$\delta V_{BL} = V_p \tau_p rate \cdot K$$

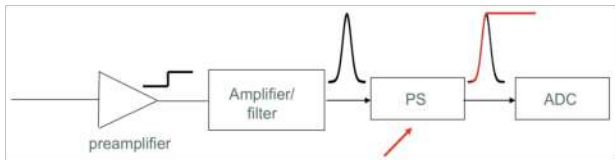
	K	$\delta V_{BL}$
Basic	1	400mV
saturation of $G_d$	$\frac{2V_{DD}}{V_p G_d} = 0.34$	136mV
satur.+SR	$\frac{I_1}{C_1} \frac{2\tau_p}{V_p G_d} = 0.04$	16mV
single stage: sat.+SR+LP	$\frac{2V_{th}}{V_p G_d} = 0.005$	2mV

Con un impulso di 1V, è abbastanza tranquillo zero 400mV. Questi valori, questo è dovuto alla frequenza dei veri segnali.

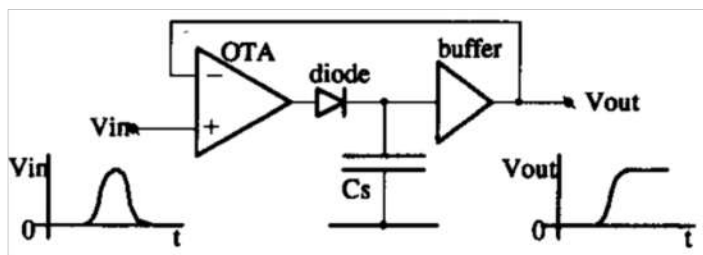
Al contrario con i nostri circuiti riusciamo a ridurre di molto i valori.

### Peak stretcher

Lo usiamo per tenere costante il picco dell'impulso che abbiamo all'output del filtro.



Questo ci serve perché l'informazione del segnale è la sua ampiezza quindi noi stabilizziamo l'ampiezza e la mandiamo a un ADC. (stabilizziamo l'ampiezza perché la conversione richiede tempo)



Questo è il circuito base di un peak stretcher.

Quando il diodo è ON è come se ci sia un buffer perfetto e quindi  $V_{out} = V_{in}$ .

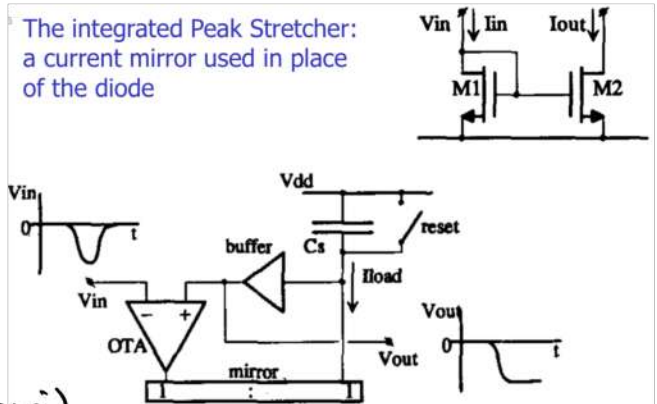
Quando il segnale d'ingresso scade l'OTA cambia polarità perché  $V_{out}$  è fissato alla tensione

del condensatore (che è la massima del picco) allora per superare che il diodo è OFF. (quindi il loop è aperto)

Nella realtà abbiamo uno switch al cui del condensatore e così possiamo resettare il condensatore quando l'ADC ha finito.

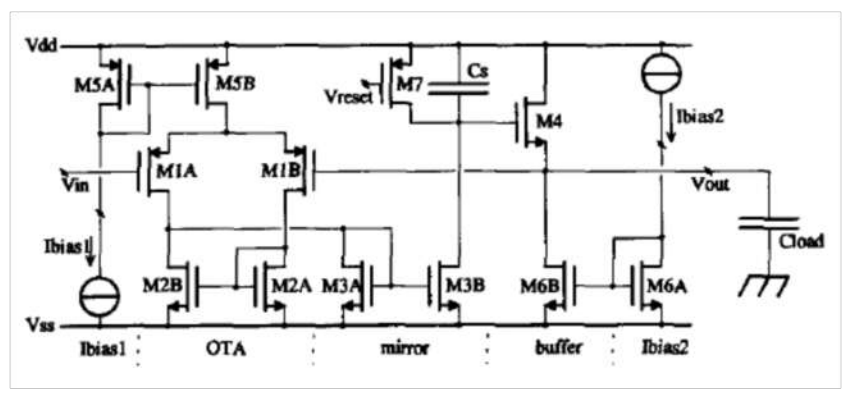
In tecnologia CMOS non ci viene concesso fare i diodi. Allora possiamo usare uno specchio di corrente, infatti anche in uno specchio la corrente può scorrere solo in una direzione (altrimenti i MOS vanno OFF)

Quindi sostituiamo il diodo con uno specchio. (nel circuito abbiamo che funziona con picchi negativi)





NOTA! Abbiamo feedback sul + dell'OTA perché il mirror fa un'inversione della corrente.

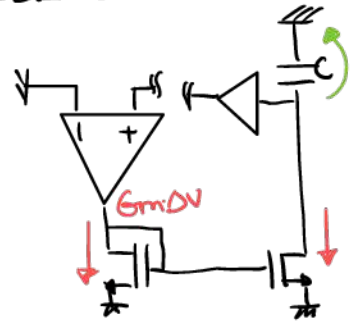


Implementazione CMOS del peak stretcher visto sopra a buffer.

L'unica differenza è che ho una caduta di tensione tra Vg e Vd di M4 in DC ma a noi non ci interessa perché a noi interessa solo la terra virtuale.

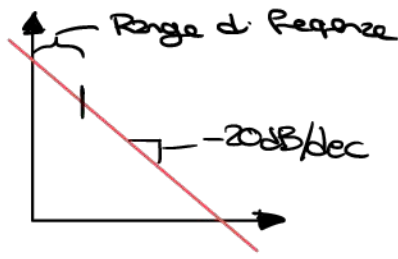
Le figure di merito di questo condensatore sono principalmente 2.

- Quando traccio il segnale devo essere fedele quindi devo avere un Gloop abbastanza alto. Supponiamo di regolare il loop all'uscita del buffer, in questo caso abbiamo



$$G_{loop} = -G_m \cdot \frac{1}{sC} \quad \text{quindi}$$

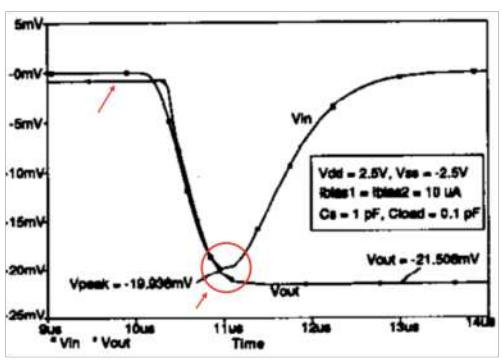
abbiamo che il Gloop cala, quindi noi dobbiamo vedere che sia abbastanza alto nel nostro range di frequenze, altrimenti non tracciamo bene l'impulso



10.05.2022

3h

Nella realtà in DC sui capi di M4 abbiamo una tensione diversa da quella del condensatore perché abbiamo una tensione Vgs ma questo non ci interessa perché abbiamo una terra virtuale quindi  $V_w = V_{gs}$  e il condensatore zero tensione  $V_{out} - V_{gs}$  ma a questo a noi non interessa.



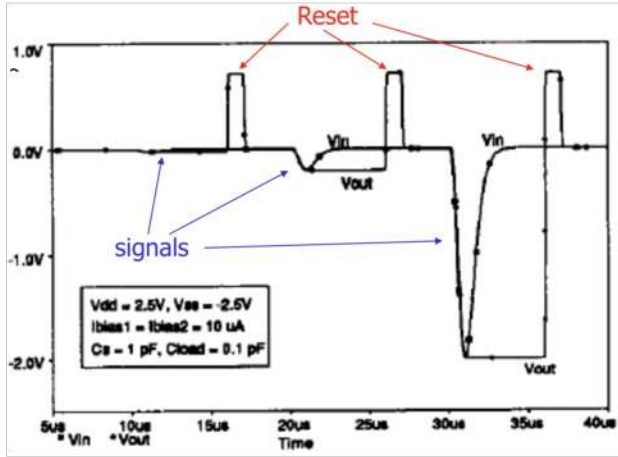
In questa immagine vediamo che il picco da noi registrato ha un offset. Questo significa che il Gloop non è abbastanza grande e che lo specchio non si spegne istantaneamente una volta raggiunto il picco e questo porta più carica sul condensatore e quindi l'offset.

Una seconda figura di merito è la drop-rate. Andiamo solo nella fase di hold, in questo caso il condensatore deve mantenere la carica senza perdere niente. Abbiamo che il condensatore è collegato al nos dello specchio che è off. Nella realtà un transistor non è mai off completo e ruba alcuni pA quindi andiamo però piano a scaricare o caricare a tempo il condensatore (dipendentemente dal verso della corrente). La corrente che caricherà/scaricherà il condensatore sarà la differenza tra la corrente di off di M7 e M3B, se sono fortunato queste correnti si annullano (non lo sono).

La rampa di tensione che si crea si chiama drop-rate ed è caratterizzata dalla formula dello slew rate  $\frac{dV}{dt} = \frac{I}{C}$

Questa cosa rompe? Dipende!; se il nostro ADC riesce a fare tutti i conti dopo un intervallo di tempo sempre costante questa droop non è un problema perché abbiamo un errore ma l'errore è costante  
 Al contrario se l'ADC converte i dati in tempo random allora questo non ci piace perché l'errore non sarà costante.  
 Allora noi facciamo sul valore assoluto dell'errore che deve essere  $< 1 \text{ LSB}$ .

NOTA: Vediamo che il reset non è connesso a terra ma a VDD, questo lo facciamo perché non c'è la terra nel circuito (altrimenti abbiamo  $-1 \text{ LSB}$ )



Vediamo che quando facciamo il reset riportiamo il condensatore a VDD.  
 Quando il reset è rilasciato il circuito torna a fare il tracking della baseline e quindi OK (cioè il circuito funziona in modo standard e il peak stretcher fa il tracking della terra)

Vediamo che  $C_s$  è al denominatore nella formula di  $G_{loop}$  e al numeratore in quella del droop. Quindi scegliamo  $C_s$  piccolo o grande? Dipende e noi preferiamo  $C_s$  piccolo per il  $G_{loop}$  ma per il droop, quindi dobbiamo fare un tradeoff.

### Dettagli sul Buffer.

Buffer between  $C_s$  and  $V_{out}$  is not strictly necessary but helps to decouple  $C_s$  from the load.

Different strategies for buffering the output voltage:

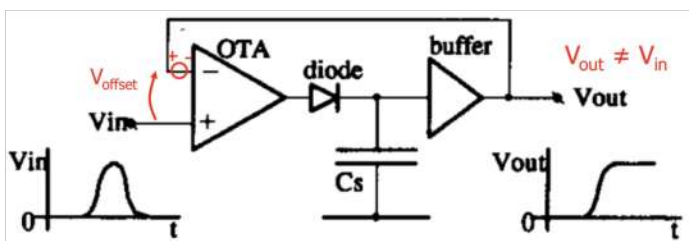
- Buffer outside the loop
- Buffer inside the loop
- Buffer made with a simple source follower ( $V_{os}$  difference between  $C_s$  and  $V_{out}$ )

The circuits in this slides are drawn for positive shaper pulses.

Nella realtà noi ci servirebbe un buffer perché potremmo mettere il condensatore direttamente sull'OTA. Tuttavia noi usiamo un buffer perché l'output del sistema è connesso al mondo esterno e quindi non tutto il precisissimo vero

Quindi noi usiamo un buffer solo per fare un decoupling dal mondo esterno.  
 \*Per fare questo abbiamo 3 modi diversi  
 Nel primo abbiamo il buffer fuori del loop, noi ci piace troppo perché perdiamo i benefit del  $G_{loop}$ .

Torniamo al circuito base iniziale

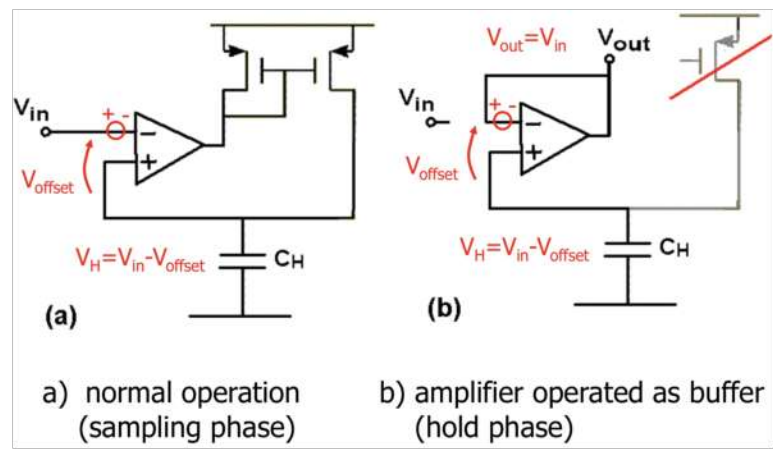


il problema è che abbiamo una tensione di offset tra i 2 pin dell'OTA.

Abbiamo quindi che  $V_{out} \neq V_{in}$ , abbiamo una tensione di offset in output.

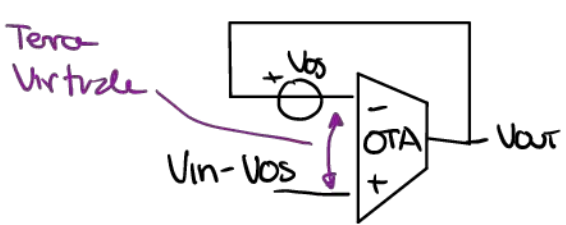


C'è un modo per togliere l'offset modificando il circuito facendo lavorare in 2 fasi



Essenzialmente la tensione sul condensatore sarebbe  $V_{in}$  ma a causa dell'offset ho  $V_C = V_{in} - V_{offset}$ .  
 Visto che noi perdiamo la tensione sul condensatore e facciamo tutto l'offset in uscita.  
 Quando noi abbiamo il picco l'offset è inutile quindi noi lo collegiamo a buffer relativamente alla tensione sul condensatore

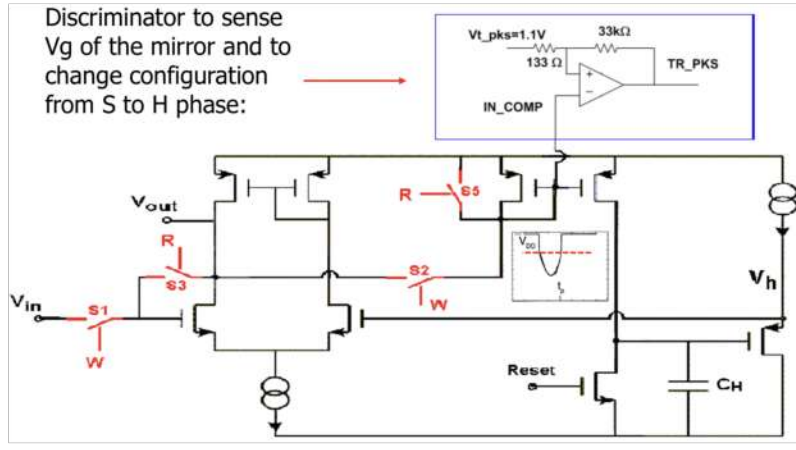
Grazie a questa tecnica noi riusciamo a eliminare l'offset inietti:



Altra  $V_{in} - V_{os} + V_{os} = V_{in}$

Ovviamente questo funziona se l'offset è uguale nelle 2 fasi, quella di strage del dato e quella di buffer (è probabile che sia così)

Ci serve dunque un qualcosa per chiudere a buffer il circuito, questo noi dobbiamo farlo apposta



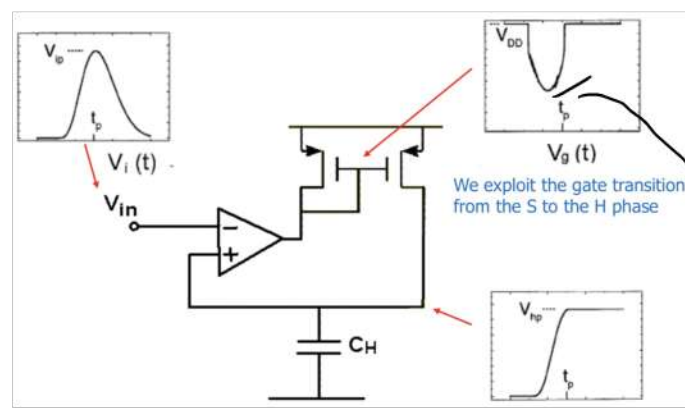
Abbiamo che lo switch S3 si chiude e mette l'OTA a buffer. Questo noi è l'unico switch che dobbiamo aggiungere.

Dobbiamo infatti scegliere l'input della tensione d'ingresso, altrimenti guai.

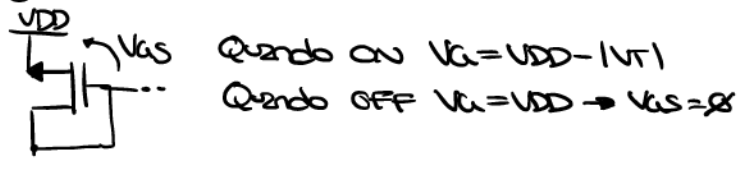
Abbiamo poi S2 e S5 che sono switch ausiliari che servono a scegliere l'OTA dello specchio (S2) e poi abbiamo uno switch S5 per resettare rapidamente lo specchio (?)

Ma di comando questi switch? Ovviamente il circuito sa già quando switchare ed è quando ho una transizione tra tracking e hold e quindi quando la corrente nello specchio si vorrebbe flippare e quindi lo specchio va alt.

Come facciamo a vedere se lo specchio si sposta?



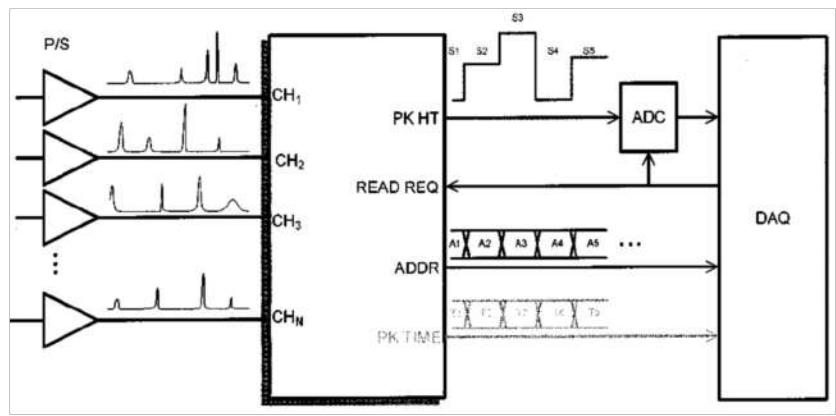
Quando lo specchio va alt succede che  $V_{gs}$  va a 0 e quindi la tensione al nodo di gate del transistor sale a  $V_{DD}$



Quando il transistor è OFF, dopo il picco abbiamo che  $V_{gs}$  torna a 0V.

Possiamo quindi usare uno schmitt trigger per avere un segnale digitale per comandare gli interruttori.

I Peak stretcher possono essere usati anche come memoria analogica (sample and hold)



Ci sono degli ADC a pipeline che convertono ingresso e uscita in tempo standard ma non gradiscono ingressi con impulsi randomici (potrebbe arrivare un impulso prima che io abbia finito di convertire tutto). Per risolvere questo problema faccio un buffer per approssimare mettendo la frequenza dell'ADC estremamente alta.

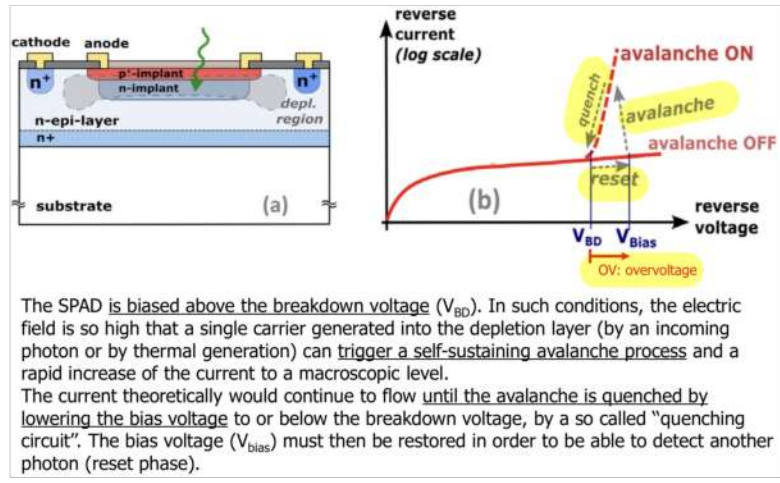
Tuttavia questa soluzione è proprio del caso, butta via una massa di potenza perché ho un ADC che lavora a frequenza molto + alta della media degli impulsi.

Allora no: facciamo una de-randomizzazione degli impulsi: così l'ADC può convertire tutto tutto i segnali sono salvati.

Quindi tenete una Dettura di peak stretcher io riesco a salvare temporaneamente gli impulsi.

### Silicon Photomultiplier and readout electronics

La velocità può essere spinta così tanto da non ce più relazione con il segnale d'ingresso. Non ho più la relazione  $N_{phe} = M \cdot N_{phe,i}$ . In questo caso ho uno SPAD che lavora in Geiger mode.



Sono in reverse bias e quando non ho segnale ho la così detta reversed current, Tuttavia ad un punto ho la tensione così alta che una velocità può essere attivata.

In questo regime il fotodiodo è pronto a ricevere un fotone e avere un'attivazione che fa partire a stacca la velocità.

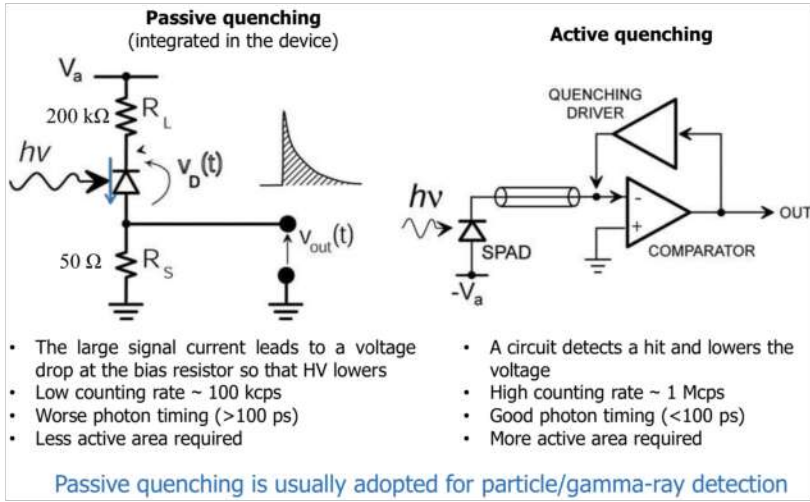
Quindi se non abbiamo fotoni ho un la velocità è OFF, al contrario se ho un fotone sotto alla una data velocità.

Non possiamo tenere il diodo sempre in velocità ma per ricevere nuovi valori devo riportarlo al valore base senza velocità, dobbiamo fare un quenching dopo la tensione di breakdown.

La tensione sopra quella del limite del breakdown si chiama tensione di overvoltage.



# Ci sono 2 tipi di quenching



il modo + easy per leggere la corrente è quello di mettere un resistore e misurare la tensione, come è mostrato nel passive quenching.

Nel circuito  $R_s = 50 \Omega$  perché è la resistenza di un cavo coassiale e quindi se si è attaccato a un resistore ho impedance matching.

L'altro lato del fotodiode è connesso alla tensione di bias, il trich è quello di mettere un resistore  $R_c$  in serie al diodo.

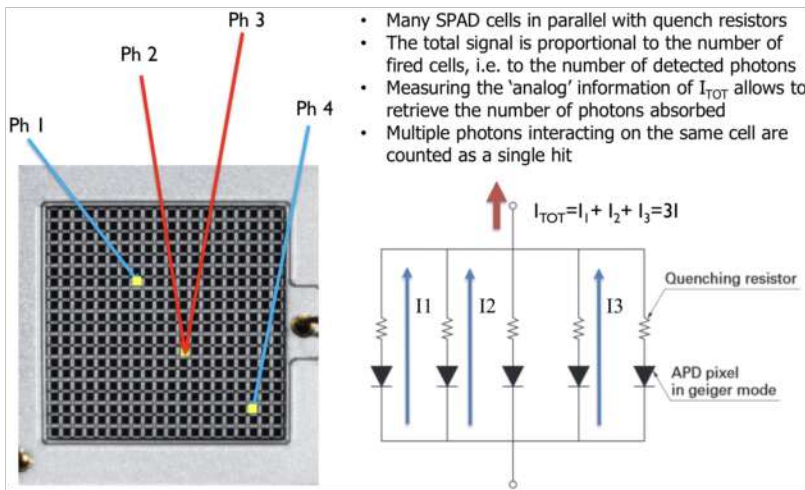
Quando la tensione è OFF la

corrente è molto piccola quindi la DV su  $R_c$  è piccola ed è come se non ci fosse niente quando ho un botto di corrente che passa, ho cioè la caduta sulla resistenza  $R_c$  è molto alta e quindi mi si cala la DV sul diodo e quindi faccio un auto quenching (passive quenching).

Il circuito di passive quenching è quello usato in medical imaging.

Esiste anche un active quenching che sente il picco e va a ridurre la tensione sul diodo per spegnere la valanga.

il silicon photomultiplier è un array di SPAD.



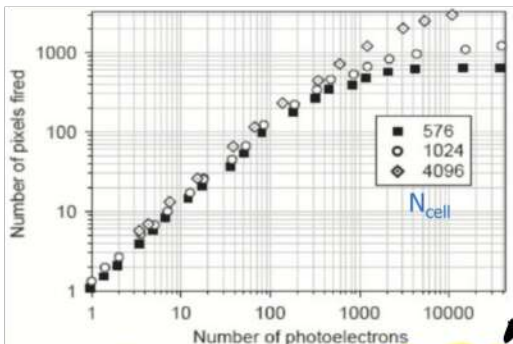
Tutti questi diodi sono messi in parallelo. Quindi il diodo alla fine ha solo 2 terminali.

Supponiamo che sia un fotone che colpisce solo 1 SPAD, quindi ho una corrente  $I$ .

Se ho 2 diodi colpiti da 2 fotoni avrò  $2I$  e così via.

La corrente è quantizzata a valori di  $I$  da mi dice su quanti SPAD ho avuto un fotone.

Ci dice che posso contare il numero di fotoni (cio che più che posso contare il numero di interazioni) infatti ho ragione, più capite infatti che 2 fotoni colpiscono lo stesso SPAD e in quel caso io vedo sempre  $I$  quindi non conto tutti i fotoni. A noi non piace troppo perché introduce una non idealità nel dispositivo.



Questo è un grafico di quello che accade.

Quando il numero di fotodiodi, raggiunge il numero di fotoni ho saturazione

Questo lo vediamo bene nella equazione

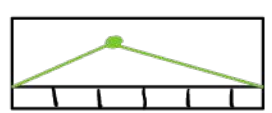
quando  $N_{ph}$  è piccolo tutto ok, quando  $N_{ph}$  è  $\approx N_{cell}$  ho cioè ho saturazione

Costo e formula estremamente importanti!

$$N_{fired} = N_{cell} \left( 1 - e^{-\frac{N_{ph} \cdot PDE}{N_{cell}}} \right)$$

In ogni caso capiamo che in genere possiamo leggere il numero di fotoni leggendo la corrente d'uscita

Posso fare zone con array di photomultiplier quindi array di SPAD in parallelo. Quindi ho che ogni pixel è quello che conta elettroni e se faccio un array posso misurare la distribuzione da luce contando il numero di fotoni. Questo quindi è un ottimo sistema da usare sulle single photon camera.



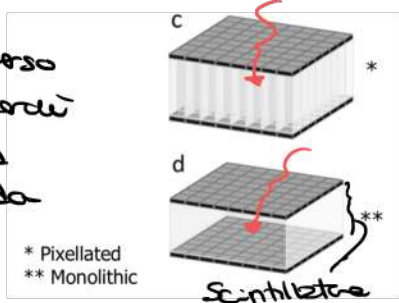
Quindi ognuno di questi pixel conta il numero di fotoni e così usando gli algoritmi possiamo trovare il centroide.



Esempio di un single camera con PMT vs Silicon photomultiplier

I Silicon photomultiplier sono così sottili che posso metterli da entrambi i lati dello scintillatore così posso ricavarne la Depth of interaction.

In questo caso i raggi  $\gamma$  passano attraverso il SiPM questo non è un problema perché il silicio è trasparente per fotoni ad alte energie e in questo caso ci va da dio.



Oggi c'è molto interesse nei sistemi multimodali: PET + MRI. L'MRI tuttavia ha grandi campi magnetici che con il PMT non vanno bene ma in questo caso i SiPM ci vanno benissimo perché non sono sensibili ai campi magnetici. (nella realtà gli elettroni sono comunque un po' deviati ma noi non sentiamo questo perché la geometria PV è piccola e quindi la distanza degli elettroni è estremamente piccola).

12-05-2022 2h

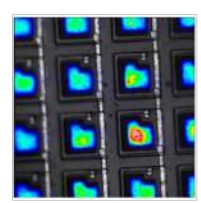
**Photodetector efficiency** è la capacità di rilevare un fotone

The **photodetection efficiency (PDE)** of a SiPM is the product of 3 factors:

1. the geometrical efficiency (Fill Factor - FF)
2. the quantum efficiency (QE)
3. the turn-on probability ( $P_T$ )

$$PDE = FF \cdot QE \cdot P_T$$

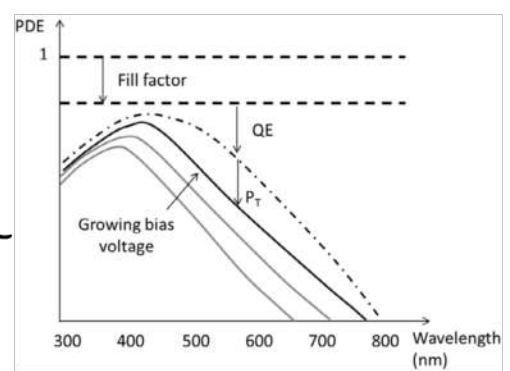
Ci ricorda la quantum efficiency, ma quindi perché parliamo di photodetector efficiency? Perché non ci basta la quantum (probabilità di generare un elettrone) ma serve anche il Fill Factor (che è la % di area che rileva un segnale)



Qui possiamo vedere due uno SPAD è sensibile ai fotoni e due no. vediamo che il fill-factor è abbastanza piccolo. Quest'immagine è vera e si può fare perché gli elettroni loro emettono fotoni quando sono in valanga.

Abbiamo poi la turn-on probability che mi dice la probabilità che un fotone faccia partire la valanga.

Vediamo che la PDE dipende da  $\lambda$  questo perché la Quantum efficiency dipende da  $\lambda$  stessa. Abbiamo poi il fill-factor che ci limita il max PDE, ovviamente il fill-factor non dipende da  $\lambda$  e' un parametro geometrico. La turn-on probability invece dipende dalla tensione di avvolgimento.



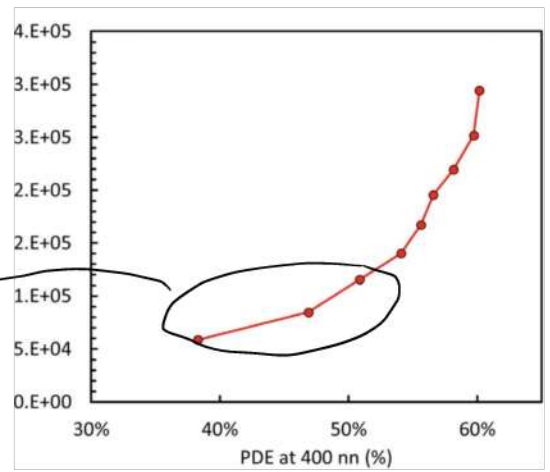
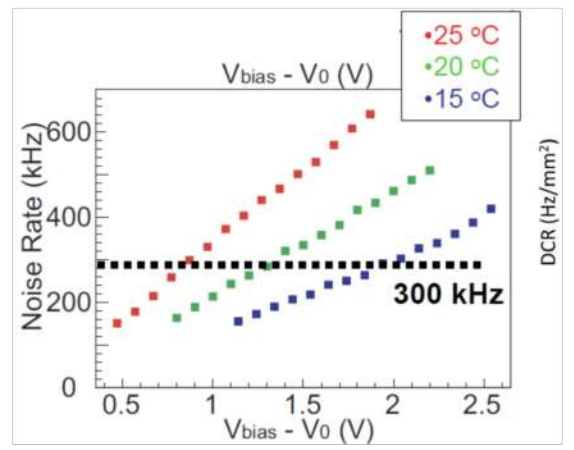


Se aumentiamo l'avvolgimento aumentiamo la PDE ma c'è anche il lato negativo cioè la dark current. Se lo SPD è troppo sensibile allora ogni volta che abbiamo promozione termica abbiamo una variazione. Negli SPD noi quotiamo la dark current in average charge promotion (frequenza).

Questo perché noi siamo sensibili al singolo portatore quindi noi non possiamo metterla in corrente ma è importante vedere la sua probabilità statistica. (e comunque è facile passare da n° di elettroni promossi a corrente)

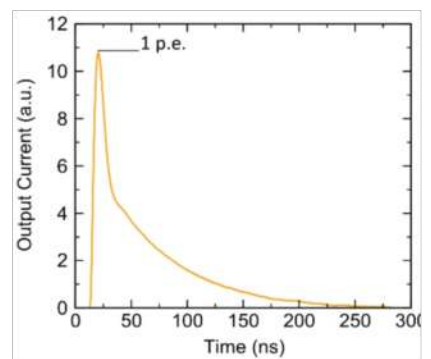
Del grafico noi vediamo che la Dark current dipende dall'avvolgimento (proporzionalmente). Abbiamo 2 Etti opposti (dark current vs PDE) noi usiamo questo grafico che plotta PDE vs dark current togliendo dal grafico la avvolgimento (comunque i punti riflettono un cambiamento della V avvolgimento dato che la PDE dipende dalla stessa)

Vedendo questo grafico noi stiamo in questi punti visto che abbiamo aumentato di molto la PDE mentre la dark current è aumentata di poco.



Lo SPD ha un guadagno dell'ordine di grandezza  $10^5/10^6$ , cioè per ogni fotone ho migliaia di cariche. (il guadagno per un proporzionalmente con la tensione di avvolgimento)

C'è poi un modello equivalente per il SiPM (che non dobbiamo ricordare)



Questo è il segnale d'uscita di uno SPAD. Vediamo che se abbiamo un'elettronica molto buona noi possiamo mettere una threshold e rilevare il singolo fotone (rilevare questo singolo impulso nel rumore) e quello che useremo fare nella PET.

### Rumore nei SiPM

Il rumore principale è dato dalla dark current, vediamo infatti che abbiamo impulsi random che sono dati dalla generazione termica.

Abbiamo poi effetti secondari, il primo è un after pulse che avviene dopo la variazione, infatti può accadere che alcuni elettroni generati durante la variazione siano intercettati nel vicino ma questi

Noise in SiPMs is given by:

- Primary source: dark count**  
pulses triggered by non-photo-generated carriers (thermal / tunneling generation in the bulk or in the surface depleted region around the junction)
- Secondary sources:**
  - After pulse**  
carriers can be trapped during an avalanche and then released triggering another avalanche
  - Cross talk**  
Photo-generation during the avalanche discharge. Some of the photons can be absorbed in the adjacent cell possibly triggering new discharges


Finita la lettura dopo un tot di tempo escano della trap e creano un'altra lettura. Quindi abbiamo una lettura con poco dopo un'altra lettura. A noi questo non piace perché ci rovina il segnale.

Un altro fenomeno è il cross-talk che è dato dal fatto che quando ho una lettura su uno spad ho anche emissione di fotoni e questi possono essere rilevati dalla cella stessa (credo in double signal) o da celle vicine.


**Energy resolution**

credo sia la FWHM


$$\frac{\Delta E_Y}{E_Y} = 2.355 \frac{\sigma_{N_{pe,out}}}{N_{pe,out}} = 2.355 \sqrt{v(E_{int}) + \frac{ENF}{N_{pe}} + \left(\frac{ENC_{TOT}}{N_{pe}M}\right)^2}$$



Intrinsic resolution



Poisson resolution



Electronic noise resolution

**Parameters:**

$E_Y$ : gamma-ray energy	[keV]
$Y$ : scintillator yield	[ph/keV]
$\eta$ : photo-electron conversion efficiency	[e <sup>-</sup> /ph]
$v(E_{int})$ : intrinsic resolution of the scintillator	[ ]
$N_{pe}$ : number of photoelectrons	[e <sup>-</sup> ]
$M$ : multiplication gain	[ ]
$ENF$ : excess noise factor of the multiplication process	[ ]
$ENC_{TOT}$ : electronic noise (detectors and electronics)	[e <sup>-</sup> ]

Quando abbiamo parlato di SNR per gli scintillatori abbiamo ottenuto

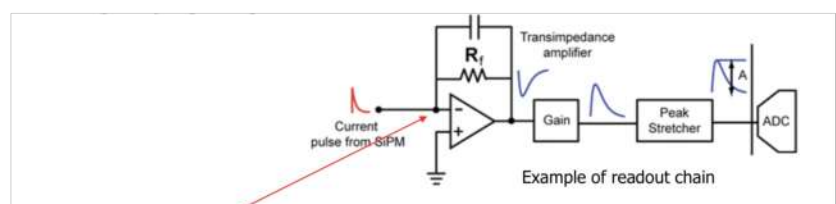
$$SNR = \frac{N_{pe} \cdot M}{\sqrt{N_{pe} \cdot M^2 \cdot F + ENC^2}}$$

Composta da 2 contributi, quello di poisson e quello del rumore circuito

Questa formula non è altro che la stessa formula solo invertita N/S rumore su segnale

$\tau(E_{int})$  è la risoluzione dello scintillatore. Infatti uno scintillatore da un impulso di luce che segue poisson. Tuttavia in aggiunta a questo lo scintillatore non è omogeneo e ogni pezzo del scintillatore produce in media un numero di fotoni diverso

Con gli SPM abbiamo un grande vantaggio infatti nella formula abbiamo un ENC diviso per M che è molto alto. Tuttavia possiamo dire che l'ENC sia completamente annullata? mmh o ci rende però con queste eterogeneità.



Electronics noise at the input of the electronics (output of the SiPM):

$$ENC^2 = a \cdot (C_D + C_G)^2 A_1 \frac{1}{\tau} + c A_2 \cdot (C_D + C_G)^2 + b A_3 \tau M^2 ENF$$

Electronics noise at the input of the SiPM:

$$\left(\frac{ENC}{M}\right)^2 \approx b \cdot A_3 \cdot \tau \cdot ENF = 2 \cdot q^2 \cdot DCR \cdot A \cdot A_3 \cdot \tau \cdot ENF$$

- series and 1/f noise neglected because divided by M
- $b = 2qI = 2q \cdot q \cdot DCR \cdot A$
- DCR: dark count rate/Area (Hz/mm<sup>2</sup>)
- A: Area of the device
- DCR noise
- Multiplication noise

Nei calcoli il rumore all'input.

Non vogliamo riuscire a rilevare il singolo fotone ma questo significa che l'ENC/M deve essere < 1 photo electron.

Posso non considerare tutta questa roba perché ENC<sup>2</sup> è diviso per M<sup>2</sup> e quindi diventa trascurabile.

La parte che contribuisce è ancora rilevante perché è moltiplicata per M<sup>2</sup>

La rimane dopo la shot noise. Noi siamo abituati a avere  $b = 2qI_{dark}$  noi abbiamo che la dark current è espressa in termini di dark count rate [es 400kHz/cm<sup>2</sup>] quindi per avere la corrente noi moltiplichiamo per area e q carica.

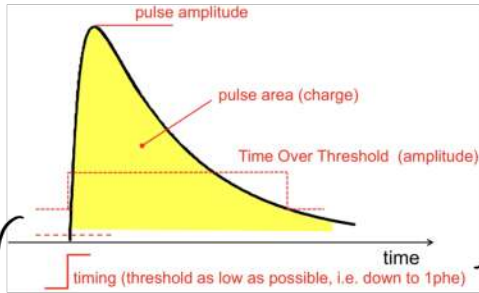


# Digital SiPM

Ci sono degli SPAD speciali con chip elettronica integrata, il vantaggio di questi dispositivi è che posso killare la dark current.

Si è infatti dimostrato che la generazione della dark current non è uniforme ma ci sono degli SPAD molto + rumorosi degli altri. Quindi noi potremo spegnere gli SPAD + rumorosi, tuttavia così facendo noi perdiamo quantum efficiency.

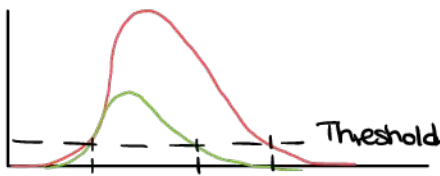
## Misura del segnale del SiPM



Questi sono tutti i possibili dati che possiamo estrarre da un impulso.

Metto la threshold + bassa che posso in base al rumore che ho per ottenere un time stamp. Non posso metterla troppo bassa perché abbiamo i dark counts.

Possiamo anche misurare la durata dell'impulso tra 2 threshold. Questa misura di tempo è proporzionale all'ampiezza.

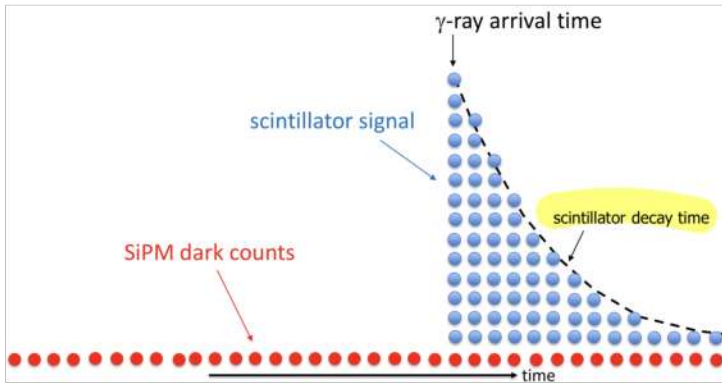


Quindi io posso calcolare la pulse amplitude con semplici circuiti di timing.

tuttavia abbiamo lo svantaggio che la durata non è lineare con l'ampiezza dell'impulso.

## Teoria del filtro ottimo per il segnale

I miei nemici sono gli impulsi di dark current di 1phe dato che le altre parti di rumore sono trascurabili.

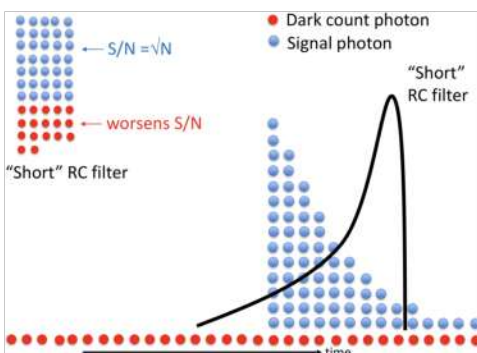


(credo che qui noi stiamo parlando di tutto all'input e per questo che consideriamo la dark current nasce di 1phe)

noi sappiamo che la dark current sia distribuita uniformemente (non lo è ma così è + facile)

Potrebbe essere dimostrato che quando abbiamo un segnale e un sistema con risposta  $R(t)$  allora il segnale  $R_{in}$  è il primo contributo il secondo.

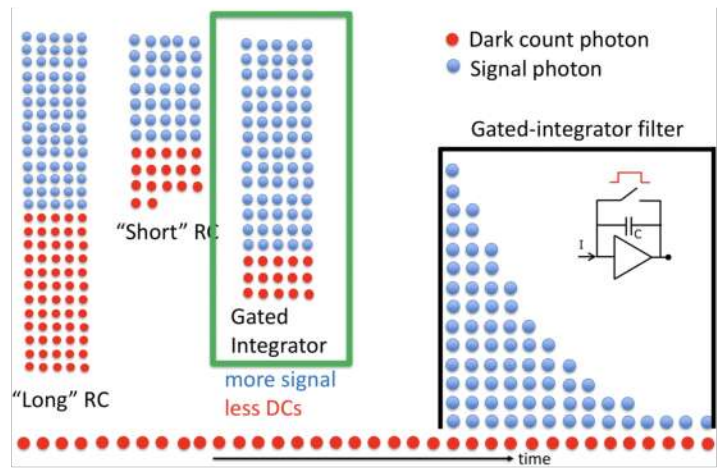
Dobbiamo trovare la miglior  $R(t)$  per il nostro segnale. Nel nostro caso l'RC filter è molto buono



Per semplicità noi consideriamo il segnale come le pulse dentro l'intersezione dei 2 segnali.

Allora noi potremo provare a cambiare la durata dell'RC filter ma vediamo che comunque perdiamo troppo rumore

Possiamo allora usare un Gated Integrator così facendo noi chiudiamo il filtro quando abbiamo il segnale e nell'altro caso lo apriamo.  
 In questo caso noi prendiamo tutto il segnale e prendiamo la meno dark noise possibile.



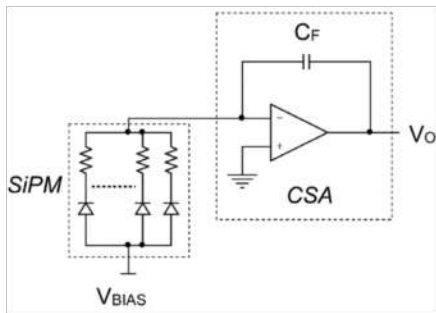
13.05.2022

3h

(volterra grid)

## Letture degli SPAD

### • Charge preamplifier

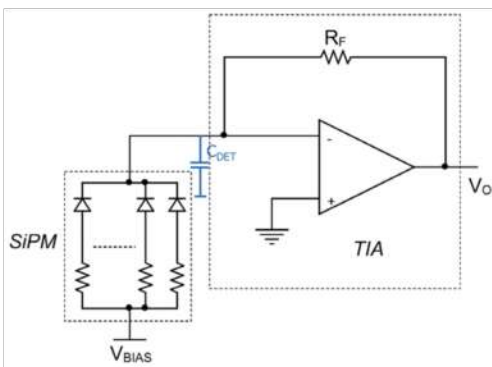


Noi integriamo la carica data dal dispositivo. Tuttavia è un circuito non molto adatto per questi dispositivi. Il problema è la quantità di carica, infatti il device fornisce un impulso molto grande.

Infatti da uno scintillatore per pixel abbiamo circa 2000 e<sup>-</sup> che sono da moltiplicare per il fattore moltiplicativo dello SPAD  $M=10^6$ .

Abbiamo quindi un uscita di circa 320 pC. Se noi abbiamo una tensione di uscita di 1V allora il condensatore in feedback deve essere  $C = Q/V \approx 320 \text{ pC} / 1 \text{ V}$  quindi C deve essere 320 pF. È un numero troppo grande per un IC.

### • Transimpedance Amplifier



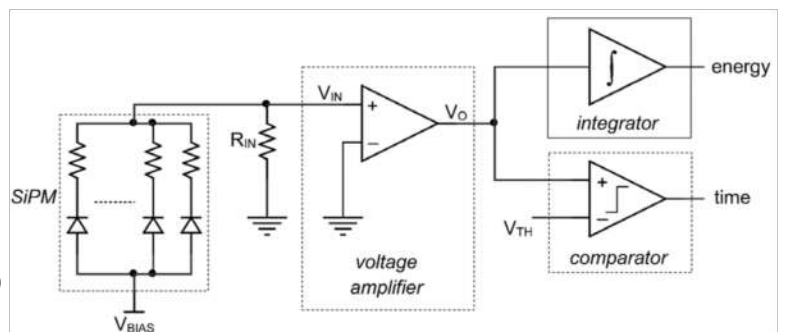
La corrente è convertita in tensione tramite la legge di Ohm. Il vantaggio di questo circuito è che non è un integratore ma conserva la forma dell'impulso (dato che la legge di Ohm è proporzionale) e quindi questo circuito ci va bene per fare il timing (dato che la shape della corrente è uguale a quella della tensione).

Questo circuito non ci va bene per un peak steering perché l'impulso è troppo veloce.

Dobbiamo stare attenti alla stabilità del circuito, infatti abbiamo la capacità del detector (che è molto alta  $\approx 1 \text{ nF}$ ).

### • Voltage readout

Facciamo una conversione ancora + semplice per trasformare la corrente in tensione. Ci serve in aiuto la grande corrente degli SPAD. Qui sono certi della stabilità siamo open loop.



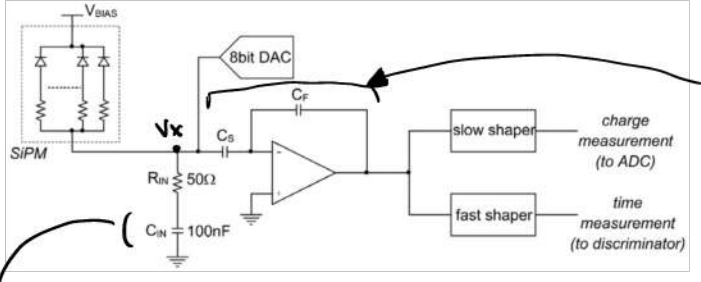


Per il segnale wee mandato su 2 path uno per prendere il time stamp e l'altro per calcolare l'integrale.

Qua l'integratore possiamo usare perché non è un input e noi possiamo mettere un demoltiplicatore per togliere segnali.

Tuttavia questo circuito ha un grande lato negativo. Visto che siamo in open loop abbiamo un Vin cambia e quindi noi modifichiamo anche i bias dello SPAD, no buono. Noi dobbiamo scegliere un resistore piccolo così noi veniamo meno il segnale.

Esempio di circuito voltage readout.



Abbiamo un  $R_{IN}$  e  $50\Omega$  per abbattimento di impedenza.

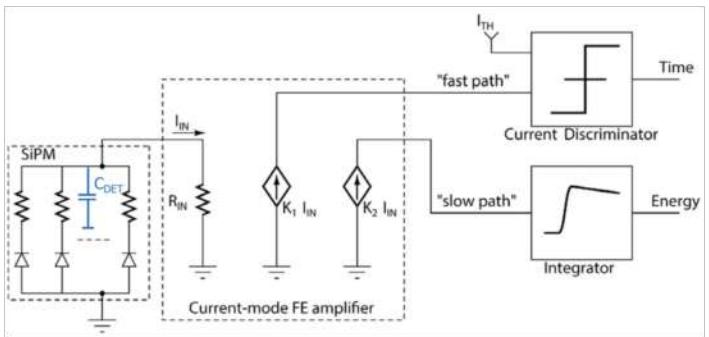
Abbiamo poi un voltage amplifier fatto a condensatori al posto di resistenza. Dato che usiamo i condensatori non abbiamo corrente in DC che scorre nel circuito.

La resistenza non è messa a terra direttamente ma c'è anche un grande condensatore. Questo è fatto per non linkare la DC voltage  $V_x$  alla resistenza  $R_{IN}$ , se noi avessimo il condensatore avremo una corrente in DC su  $R_{IN}$  e quindi la tensione  $V_x$  sarebbe legata in qualche modo a  $R_{IN}$ .

Dato che la tensione  $V_x$  non ha relazione con nessun componente allora io con il DAC posso decidere di mettere la tensione che voglio per scegliere che a volte mettere.

Quando ho il segnale il condensatore di  $R_{IN}$  è un corto e quindi abbiamo il circuito standard.

• Current readout



La corrente degli SPAD è letta tramite un current buffer.

Il current buffer ha  $Z_{in} \approx 0$  così tutta la corrente va lì, poi il circuito fornisce la corrente al secondo stage identica a com'era in ingresso.

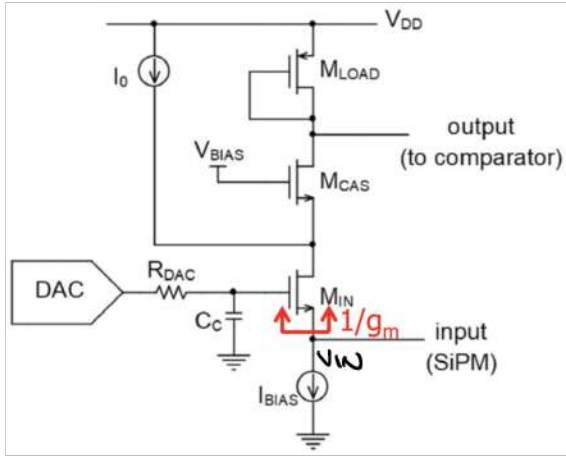
Il vantaggio del buffer è che possiamo fare una demoltiplicazione del segnale.

Nel circuito vediamo che abbiamo 2 output ognuno moltiplicato per un fattore  $K < 1$ . Abbiamo 2 output perché abbiamo 2 richieste, una per l'integrazione e l'altro per il time discriminator.

$K_2$  deve essere piccolo perché per fare l'integrazione e se la corrente è troppo grande devo mettere un C troppo grande.

$K_1$  invece lo possiamo tenere grande tanto ci interessa solo sapere quando passiamo una threshold.

• Esempio di Current readout



il transistor  $M_{IN}$  è un cascode. il Gate di questo transistor è comandato da un dac così che la tensione  $V_{IN}$  sia uguale a quella del gate perché fa anche da Follower (IN DC !!) Modificando  $V_{IN}$  noi tuniamo la tensione di avvertage del SPAD.

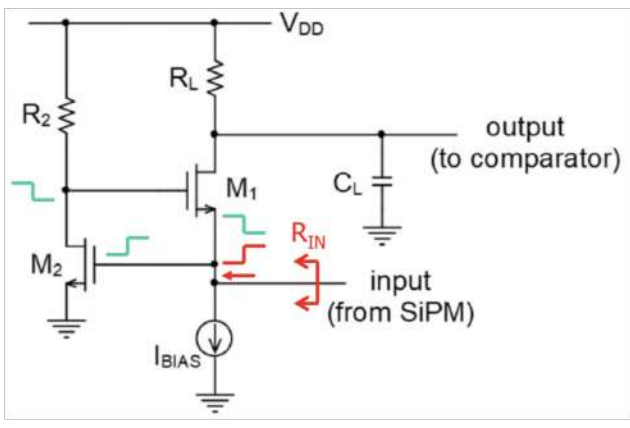
La corrente del SPAD entra nel transistor e c'è poi un altro cascode. Sul top poi noi abbiamo un transistor cui fa da carico. il circuito base possiamo vederlo così. →



Ma l' $1/g_m$  del transistor non dovrebbe essere piccola?

Noi la facciamo grande facendo scorrere poca corrente in quel ramo usando un gen di corrente in parallello per arrivare a  $I_{BIAS}$ .  $I_{BIAS}$  dovrà essere grande perché noi vogliamo che l' $1/g_m$  del transistor di input sia piccola

• Current readout 2

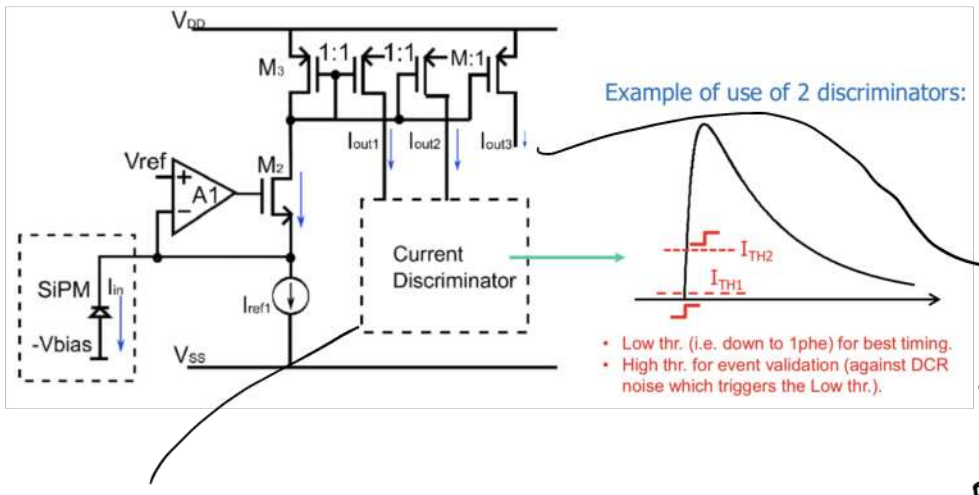


Aggiungiamo al cascode un negative loop in questo modo riduciamo di molto la corrente di input

$$R_{IN} = \frac{1/g_m}{1 - G_{loop}}$$

Dei abbiamo che  $G_{loop} = -g_{m2}R_2$

• Altro circuito



il principio di funzionamento è identico agli altri.

Solo che qua noi convertiamo la corrente in tensione attraverso una resistenza.

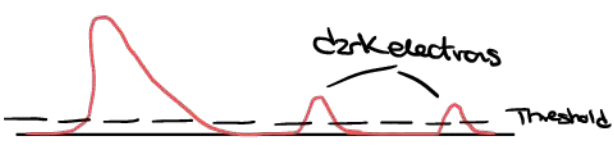
Noi possiamo correggere direttamente qua con un integratore. Dato che la corrente è se vale + piccola noi abbiamo il problema del condsatene.

Abbiamo un current discriminator che fa la comparazione tra un current threshold e corrente in ingresso, se la corrente d'ingresso è > della threshold ha un segnale. Abbiamo 2 correnti per i discriminator perché usiamo 2 threshold una bassa e una + alta. Ma perché abbiamo 2 threshold? Quando vogliamo fare un trigger per fare il timestamp noi vogliamo fare la threshold il prima possibile (questo perché così possiamo avere più foto per



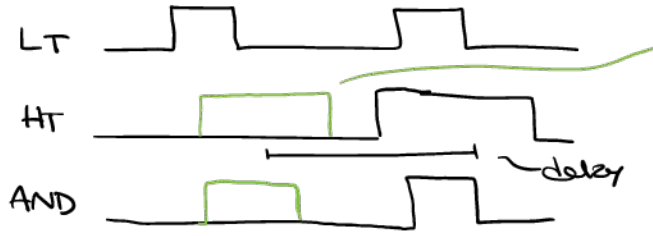
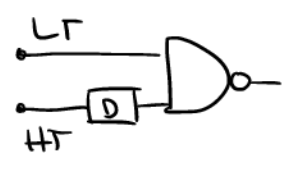
avere il trigger, se alzò la threshold in senso + fast e quindi ci vuole + tempo).

Tuttavia noi dobbiamo ricordare che abbiamo anche abbiamo anche i dark electrons. Se noi riduciamo la threshold troppo allora anche i dark counts fanno triggerare il mio sensore.



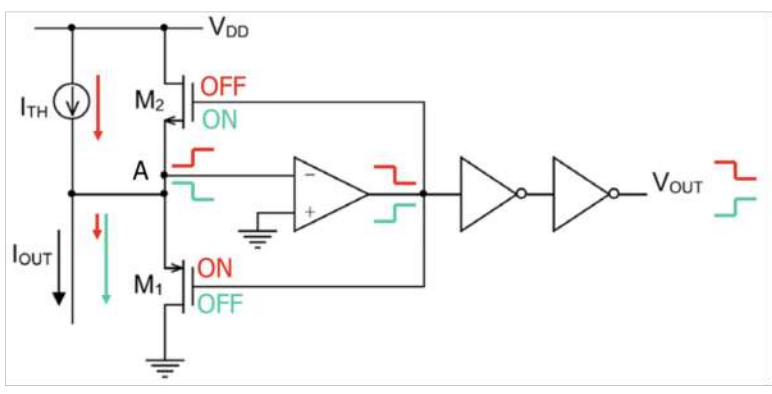
Se noi vogliamo non prendere i dark counts dobbiamo alzare la threshold ma perdiamo il timing.

Ma io posso usare 2 threshold e metterle in AND, così facendo io mi "certifico" il trigger. Dovrò correggere il segnale della fast threshold con un delay nella end. Ci serve senz'altro la AND va a 1 quando ho il 2° impulso e quindi insieme a niente.



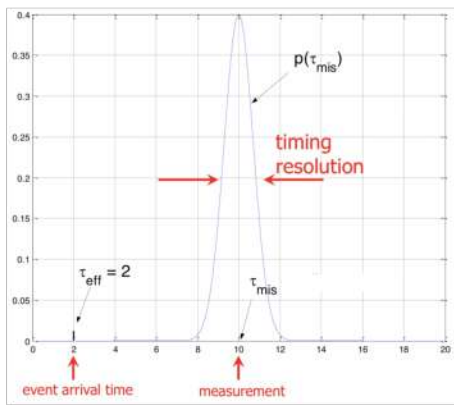
Questo è due perché essere il segnale della high threshold, noi lo rallentiamo così che si veda a comparire con il segnale della low threshold seguente.

• Current discriminator



Abbiamo una corrente  $I_{OUT}$  che è il nostro segnale. In + abbiamo una corrente di riferimento  $I_{TH}$ . Se la corrente è sotto  $I_{TH}$  abbiamo che  $M1$  si deve accendere. Stessa cosa succede al contrario per  $M2$ . Quindi questo è un circuito bistabile che sta in 2 stati dipendentemente dal valore della corrente.

Timing



Quando abbiamo un evento ci mettiamo a misurare come del tempo prima di rilevare il segnale.

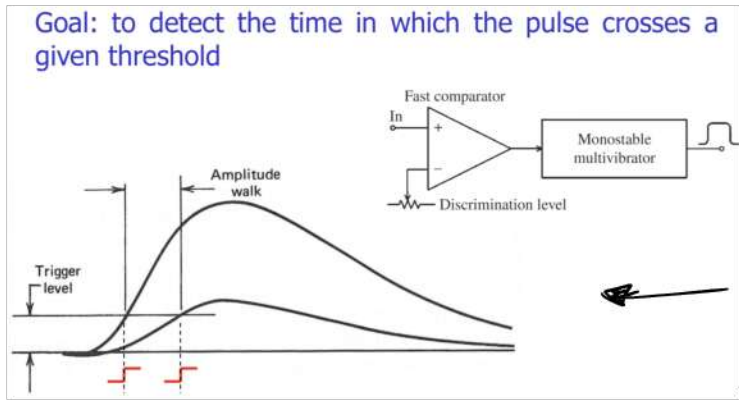
La parte che a noi interessa veramente è la timing resolution (che è la larghezza della distribuzione gaussiana di tempi). Cioè ci interessa che tra + misurazioni che noi abbiamo poca differenza. Il delay a noi non ci interessa + di troppo perché ci interessa il tempo relativo tra 2 eventi.

- Leading edge triggering
- Zero-crossing timing
- Constant Fraction timing

Queste sono le 3 tecniche che usiamo per effettuare il timing.

il segnale iniziale di tutte queste 3 tecniche è il segnale del preamplificatore (non abbiamo quasi mai un heaviside step), inoltre i segnali sono rumorosi e questo è un sacrificio quando dobbiamo superare un threshold.

• leading edge

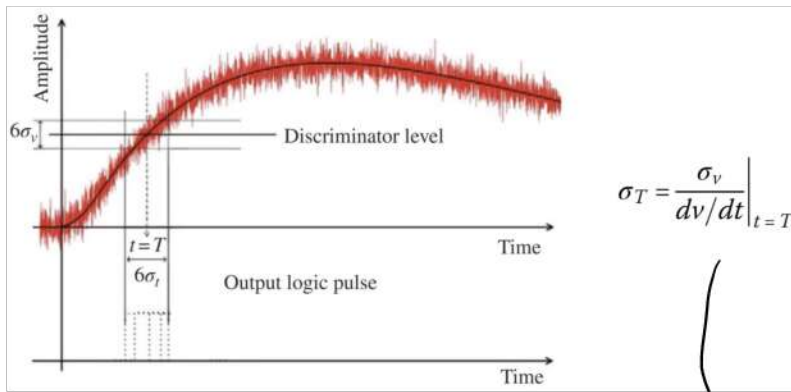


È un classico e semplicissimo comparatore

Il problema è che la trigger position è dipendente dalla ampiezza del segnale

Se il segnale è grande ho la threshold subito se il segnale è basso la threshold + tardi.

Questo è un problema se gli impulsi variano in ampiezza. Se misuro anche l'ampiezza potrei modificare/regolare il timing in base all'ampiezza, infatti l'amplitude walk è deterministico.



$$\sigma_T = \frac{\sigma_v}{dv/dt} \Big|_{t=T}$$

Abbiamo poi che il nostro segnale è estremamente rumoroso. Ho quindi una regola di incertezza di ampiezza.

ho che noise waveform producono jitter in uscita.

La soluzione per questo è che l'impulso nato perché così non ho perfettamente jitter.

vediamo fuori che il jitter orizzontale dipende dalla derivata del segnale.

Se la deriva è ∞ (gradino) ho 0 orizzontale jitter anche se ho rumore verticale. Tuttavia per avere un gradino devo avere banda estremamente alta quindi ho + rumore di fondo. Dovrà tenere un compromesso.

19.05.2022

2h

Se noi facciamo uno zoom dove il segnale passa la threshold abbiamo che

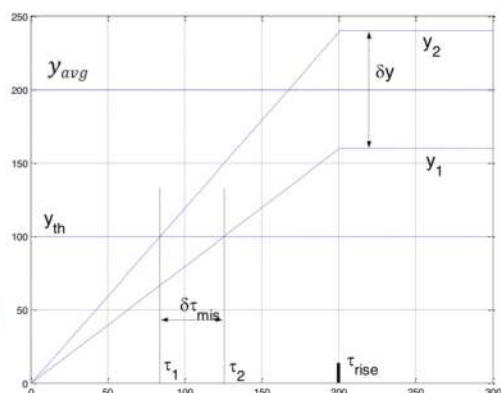
Supposing a linear rise of the signal, if its amplitude changes around an average value  $\bar{y}$ , the variation of  $\tau_{meas}$  as a function of variations  $\delta y$  is given by:

$$\delta\tau_{meas} = -\frac{y_{th} \tau_{rise}}{y_{avg}^2} \delta y$$

where  $y_{th}$  is the level at which the threshold is placed

Time walk reduces with:

- Lower threshold (vs. noise)
- Shorter rise time (vs. noise)
- Larger signal (vs. S/N)



Come abbiamo detto abbiamo un amplitude walk che avrà questa formula

Nella formula abbiamo un  $y_{avg}$  questo serve perché ha una relazione diretta con la perdita dei 2 segnali



Vediamo che il mismatch di tempi dipende direttamente dalla posizione della threshold, ma abbiamo il rumore e quindi dobbiamo stare  $V_{th} \geq 5 \cdot \sigma$

Per noi vorremo impulsi + rapidi (ma questo vuol dire + rumore preso in input) e vorremo anche ampiezza del segnale + zero

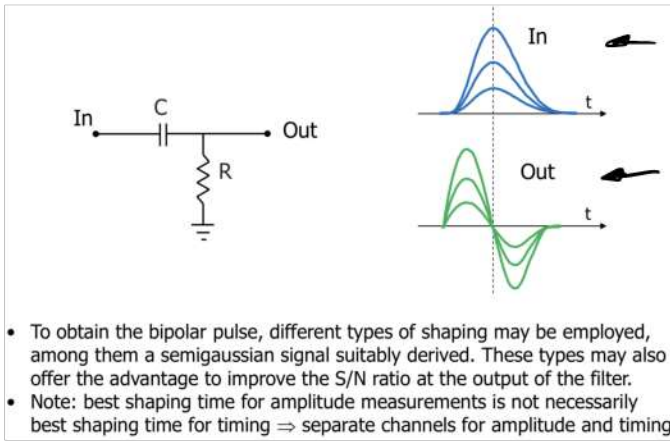
### Zero crossing timing

È una nuova tecnica che cerca di risolvere i problemi del leading edge trigger.

Noi facciamo in modo che il segnale sia bipolare (positivo e negativo) e noi non cerchiamo + quando il segnale passa una threshold ma noi diamo il timestamp quando passiamo lo zero. Noi abbiamo che il punto di attraversamento dello 0 è indipendente dall'ampiezza.

Il lato negativo è che il trigger è tutto dell'arrivo del segnale perché dobbiamo aspettare che scenda a 0. Questo non è un problema se abbiamo un'applicazione in cui dobbiamo fare la differenza tra 2 impulsi (PST) perché i 2 delay si cancellano tra loro.

Questa tecnica è facilmente realizzabile.



- To obtain the bipolar pulse, different types of shaping may be employed, among them a semigaussian signal suitably derived. These types may also offer the advantage to improve the S/N ratio at the output of the filter.
- Note: best shaping time for amplitude measurements is not necessarily best shaping time for timing  $\Rightarrow$  separate channels for amplitude and timing

Noi perdiamo il segnale e lo filtriamo con un filtro gaussiano. Fatto ciò mandiamo questo segnale in un CR-fiter (derivatore)

Otteniamo quindi in uscita la derivata del segnale che è bipolare. Per definizione la derivata è 0 quando sono sul picco del segnale. Noi sappiamo che il peaking time è sempre lo stesso, allora ho il picco sempre allo stesso tempo e quindi crosso lo zero sempre allo stesso tempo.

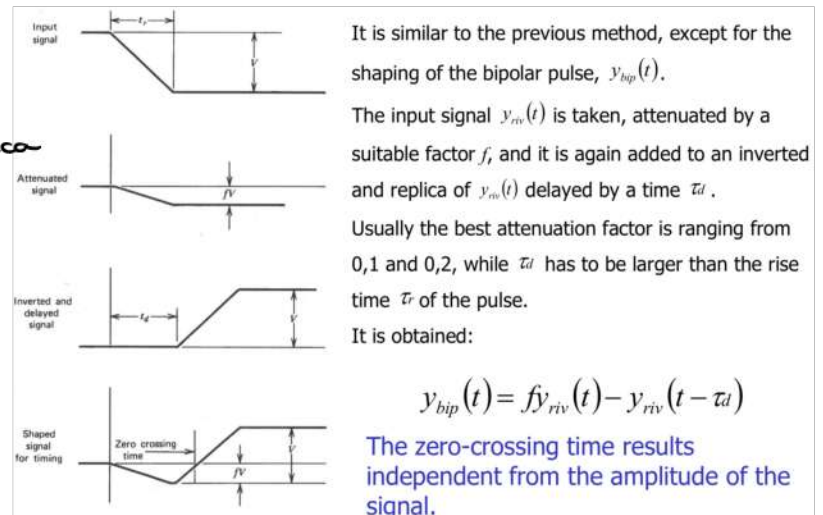
Noi vediamo che lo shaping time ottimo per l'ampiezza non è necessariamente quello ottimo per l'ampiezza (ci serve un  $\tau$  + veloce) allora capiamo che non possiamo sfruttare il Ritaggio a semigaussiana già utilizzato per l'ampiezza.

Esiste anche una tecnica alternativa per generare lo zero crossing e si chiama Constant Fraction timing

In questo caso non facciamo nessuno shaping

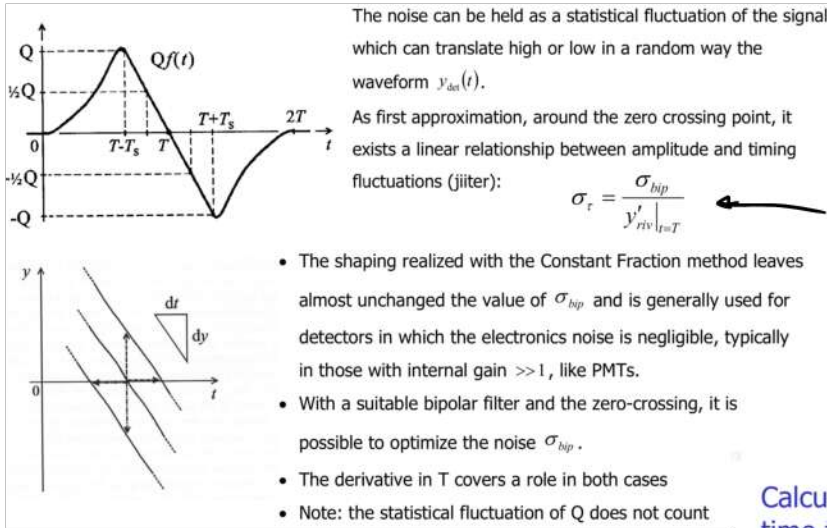
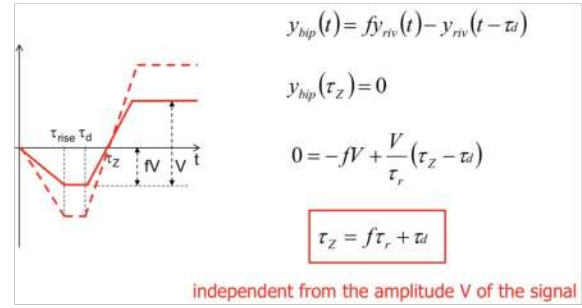
Supponiamo di avere un impulso standard  $V$  che ha un tempo di salita  $\tau_r$ . Noi prendiamo l'impulso e lo attenuiamo.

Per prendere il segnale originale lo flippiamo e lo ritardiamo e poi noi facciamo la somma dei 2



Otteniamo quindi un segnale bipolare, può essere distorto da questo zero crossing time e indipendente dell'ampiezza.

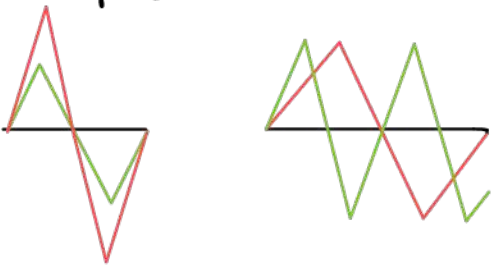
Ma quindi quale delle 2 tecniche dobbiamo usare? Il pro della seconda struttura è che non dobbiamo fare lo shaping ma ci serve solo un delay e un attenuatore (per fare il delay ci basta un cavo coassiale). Ma dato che questa tecnica fa solo calcoli algebrici noi non modificiamo il rumore al centro con la prima tecnica noi facciamo un filtering e riduciamo il rumore. Ma perché questo discorso sul rumore? Perché noi dobbiamo riuscire a leggere il passaggio per lo zero.



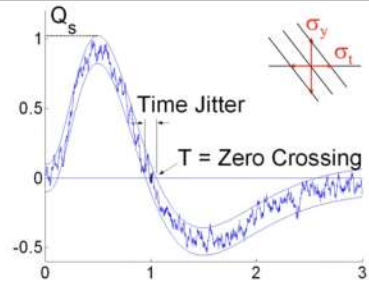
Chiamiamo T lo zero crossing time. Noi facciamo una zona nell'area di attraversamento di 0. Notiamo che abbiamo sempre la formula del time jitter (vertical bilicheta fatto la derivata). Adesso noi facciamo alcune manipolazioni di questa formula esplicitando alcuni parametri.

- The shaping realized with the Constant Fraction method leaves almost unchanged the value of  $\sigma_{bip}$  and is generally used for detectors in which the electronics noise is negligible, typically in those with internal gain  $\gg 1$ , like PMTs.
- With a suitable bipolar filter and the zero-crossing, it is possible to optimize the noise  $\sigma_{bip}$ .
- The derivative in T covers a role in both cases
- Note: the statistical fluctuation of Q does not count

La derivata dipende dall'ampiezza e 2 punti di ampiezza dipende anche dallo zero crossing time (credo intenda frequenza)



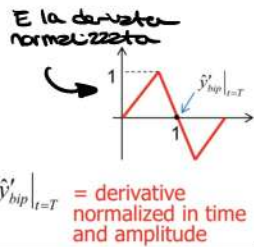
Calculation of the time jitter:



$$\sigma_\tau = \frac{\sigma_{bip}}{y'_{bip}|_{t=T}} = \frac{\sigma_{bip}}{y_{MAX} y'_{bip}|_{t=T} y_{MAX}} \cdot \frac{1}{T} \cdot T = \sigma_{bip}^{\%} \frac{1}{y'_{bip}|_{t=T}} \cdot T$$

$$\sigma_\tau = \frac{ENC}{Q_s} \frac{1}{y'_{bip}|_{t=T}} T$$

$$\frac{ENC}{Q_s} = S/N$$



Allora noi esprimiamo la derivata per questi valori, moltiplichiamo e dividiamo per "ampiezza  $y_{MAX}$  e per lo zero crossing T.

Noi prendiamo la derivata moltiplicata per  $T/y_{MAX}$ , questa è la derivata normalizzata per ampiezza 1 e zero crossing 1. Poi ho anche il rumore diviso per l'ampiezza che è l'opposto dell'SNR. Quindi posso scrivere il NBR come  $ENC/Q_s$  quindi ottengo che il time jitter è:

$$\sigma_\tau = \frac{ENC}{Q_s} \frac{1}{y'_{bip}|_{t=T}} \cdot T$$

Più piccolo è T meglio è. (quindi facciamo il segnale + schizzato possibile). Abbiamo poi anche la derivata normalizzata del segnale.

Otteniamo quindi delle istanze da questo



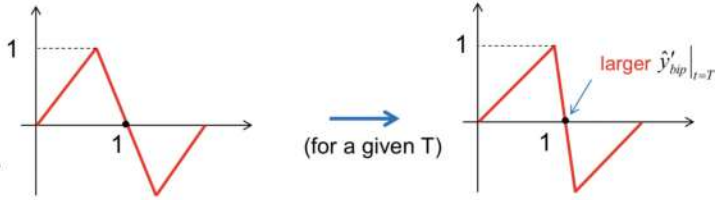
$$\sigma_{\tau} = \frac{ENC}{Q_s} \left. \dot{y}'_{bip} \right|_{t=T} T$$

**time jitter reduces with:**

- small ENC (but look to dependency from T\*)
- large Qs \*\*
- small T (but be careful to preamp rise time)
- large  $\dot{y}'_{bip}|_{t=T}$

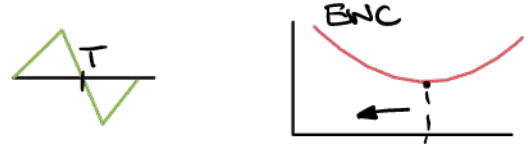
\*question: considering ENC dependence on T, do we overall improve or not  $\sigma_{\tau}$  by reducing T?  
 \*\*question: how the choice of the scintillator and photodetector have an impact here?

**increasing  $\dot{y}'_{bip}|_{t=T}$  to minimize time jitter?**



but increasing  $\dot{y}'_{bip}|_{t=T}$  has an effect also on ENC through the filtering factors

Nci vogliamo rumore minimo (Tuttavia dobbiamo ricordare che l'ENC dipende dallo shaping time e il nostro shaping time ora è lo zero crossing T. Capiamo dunque che abbiamo un trade off perché se riduco T l'ENC va aumentando)



Nci se mettessimo  $T=0$  avremo che il rumore va a  $\infty$ . Ma chi

dei 2 effetti va vincendo. Nci ci spostiamo nel grafico dell'ENC verso sinistra e quindi la componente principale dell'ENC sarà quella series noise (ENC<sup>2</sup> della series noise va come  $\frac{1}{T}$  quindi ENC va a  $\frac{1}{\sqrt{T}}$ ).

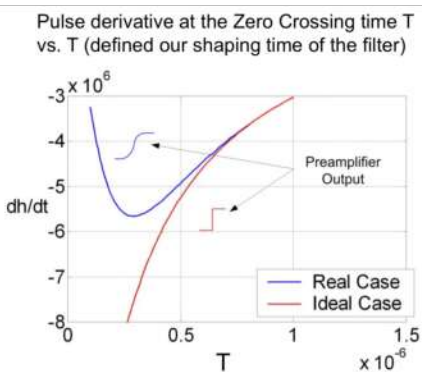
Abbiamo quindi 2 componenti una che va come T e una che va come  $1/\sqrt{T}$  quindi capiamo che è efficace ridurre T perché comunque miglioriamo.

Come la scelta di un photodetector e un scintillatore influisce o possiamo la formula? lo voglio + segnale possibile così Q è + zero e la deriva è + perdite.

vedo poi che modificando la forma dell'impulso indipendentemente dagli altri fattori. La seconda formula è migliore della prima. Non possiamo però all'estremo questo perché l'ENC varia anche con la forma del segnale (il coefficiente A<sub>1</sub> (che è quello che ci interessa) è dipende dall'integrale del quadrato della deriva del segnale d'ingresso) (però siamo a sinistra nell'ENC).

**Reducing zero crossing time vs preamplifier rise time**

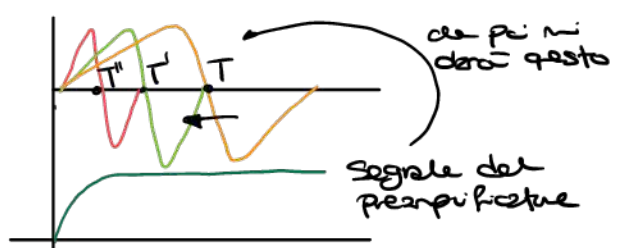
- **Ideal Case:** front-end rise time supposed to be zero  
 => the derivative tends to  $-\infty$  by reducing the zero-crossing time
- **Real case:** front-end rise time limited by three main effects:
  - detector collection time
  - rise time of the preamplifier
  - scintillator decay time



=> the abs. value of the derivative has a maximum and then its reduces to zero because of the rise time of the preamplifier.  
 => there is an optimum shaping time for the derivative

Dobbiamo ricordare che il preamplificatore non è ideale

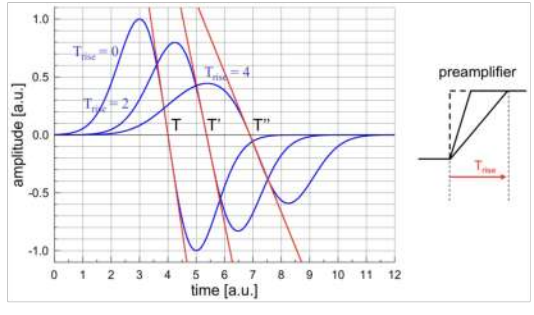
Nci vogliamo ridurre la T per avere vantaggi



vediamo il grafico. Nci plotta la deriva vs shaping time.

ideale nci potremo andare a  $T=0$  ma se il preamp non è ideale nci non possiamo giocare con un segnale lento (come quello del preamp) con segnale bipolare con  $T=0$  o nato piccolo. Nci possiamo andare al min ed avere uno shaping time = al tempo di salita del preamp (lo vediamo nel grafico nella curva blu)

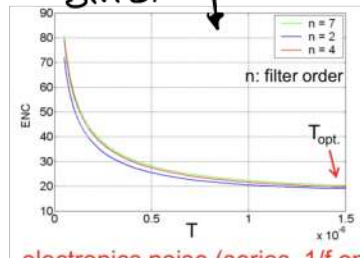
vediamo che + lento è il rise time e la durata del segnale biphas



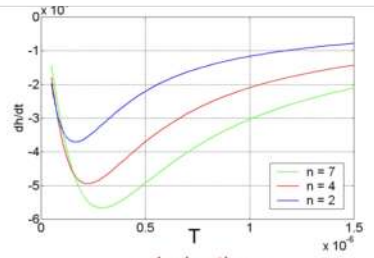
Esempio di relazione delle performance di timing

È l'ENC solo preso a sinistra

Questa è l'absolute derivative (è migliorabile aumentando l'ordine del filtro)

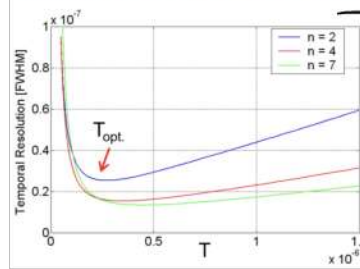


electronics noise (series, 1/f only)



derivative

Risultato finale dell'elettronic noise dato durata e ENC. Vediamo che è presente per ogni curva un tempo ottimo (ceppiamo che non possiamo andare con T=0)



timing resolution

$$\sigma_T = \frac{ENC}{Q_s} \frac{1}{\dot{y}'_{bip}|_{t=T}} T$$

- Notes:
- An optimum T exists for timing measurement
  - T<sub>opt</sub> for amplitude meas. different than T<sub>opt</sub> for timing meas. !!

Notiamo che il T<sub>opt</sub> dell'ENC (per l'ampiezza) è molto zero mentre per il timing T<sub>opt</sub> è molto basso

Cepiamo quindi che non possiamo usare 'gli stessi' filtri per ampiezza e per timing.

• Time 2 amplitude converter

Per la PR tipo ci serve la distanza tra 2 impulsi. la Time 2 amplitude converter fa sì che lo abbia una tensione proporzionale alla distanza da 2 impulsi. Faccio questo integrando una corrente sul condensatore accendendolo al primo impulso e spegnendolo al secondo.

• Time to digital converter

è un'altra tecnica ancora + facile, ho un convertitore e un clock che conta la distanza tra i 2 impulsi.

20-05-2022

3h

I coefficienti A1, A2, A3 della formula dell'ENC sono assolutamente indipendenti dallo shaping time. (gli sa che dobbiamo sapere le formule finali dei 3 coeff. e da cosa dipendono)



# Digital radiography

(parliamo di raggi X) e' una discussione sui pannelli che sanno leggere i raggi X che passano attraverso un paziente.

Ma noi non stiamo lavorando più in un sistema che processa individualmente i fotoni ma noi li integriamo per un tempo prefissato. Quindi la nostra immagine non e' composta da eventi singoli come nella PS. Il lato negativo e' che noi perdiamo le informazioni di energia di ogni singolo evento.

Un tempo si usavano dei film per usare i raggi X, avevano anche molto bene perché avevano una grande spatial resolution. Ad oggi abbiamo pannelli di pixel che tuttavia hanno una risoluzione minore dei film.

Clinical Task →	Chest radiology	Mammography	Fluoroscopy
Detector size	35 cm × 43 cm	18 cm × 24 cm	25 cm × 25 cm
Pixel size	200 μm × 200 μm	50 μm × 50 μm	250 μm × 250 μm
Number of pixels	1750 × 2150	3600 × 4800	1000 × 1000
Readout time	~ 1 s	~ 1 s	1/30 s
X-ray spectrum	120 kVp	30 kVp	70 kVp
Mean exposure	300 μR	12 mR	1 μR
Exposure range	30 - 3000 μR	0.6 - 240 mR	0.1 - 10 μR
Radiation (quantum) noise	6 μR	60 μR	0.1 μR

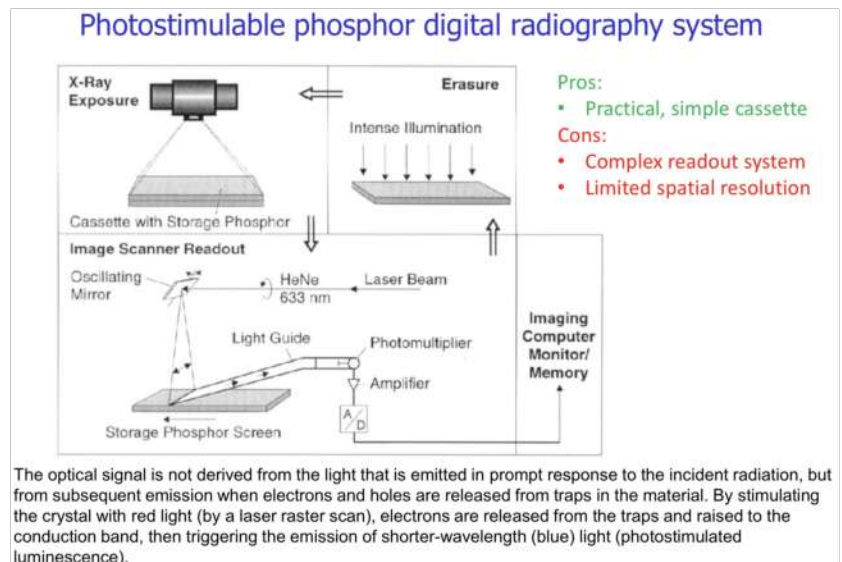
Questa e' una tabella che mostra le caratteristiche di una macchina a raggi X. (Lei non vede se ne i numeri esatti ma se ne i numeri di grandezza)

Questi numeri ci servono per capire che tipo di tecnologia abbiamo usato (se dobbiamo fare un pannello 40x40 non possiamo usare la stessa tecnologia della fotocamera del telefono)

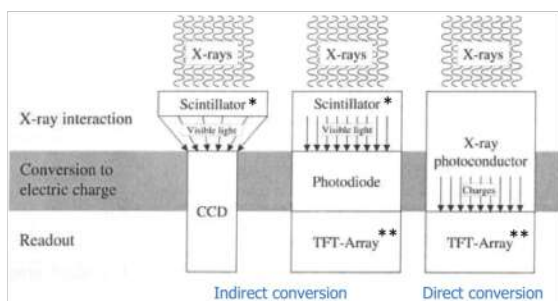
Tensione che mettiamo al tubo e raggi X

Un modo per ottenere queste foto e' tramite una cassetta al fosforo. Quando un raggio X arriva su questa cassetta ho che eccita un elettrone che va a intepidarsi ed un certo livello energetico.

Poi prendo la cassetta e la metto in un apparato che con un laser la scansiona. Questo laser ha abbastanza energia da far saltare gli elettroni in zona di conduzione, questi poi tornano in zona di valenza emittendo fluorescenza. Noi poi rileviamo questa fluorescenza e ricaviamo l'immagine.



Abbiamo poi dei pannelli altri che generano istantaneamente i segnali per generare l'immagine. Questi possono essere a conversione diretta o indiretta. (Diretta non nel silicio ma in un elemento chiamato X-ray photoconductor)

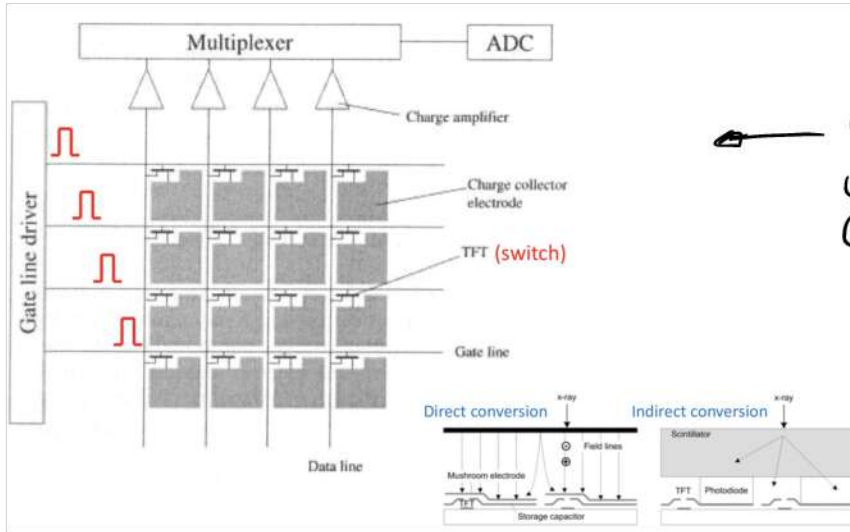


Afferisce che con gli scintillatori qui non ricaviamo il singolo evento.

Potremo poi usare o no la tecnologia TFT, e' una tecnologia molto adatta per queste applicazioni. (sia diretta che indiretta)

Se usiamo la tecnologia CCD ci serve una griglia di linee per mandare la luce del CCD nella parte piccola del CCD.

## Thin Film Transistor



il vantaggio di questi è che costa poco.

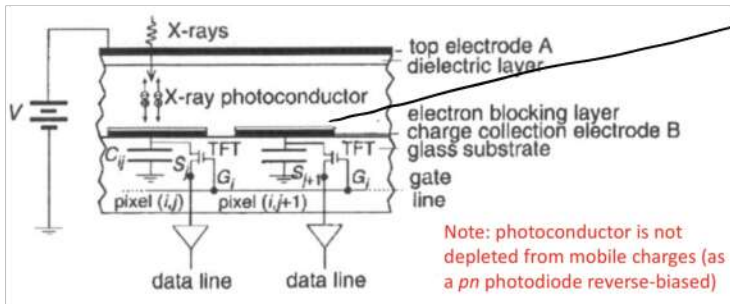
→ ho un array di pixel composto da un elettrodo che serve a la carica (tipo condensatore) che ho ricevuto nel tempo di esposizione. Questa carica è letta dai transistor che lavorano come interruttori.

vedo che ho molti transistor collegati alla stessa data line, non è un problema perché i transistor sono

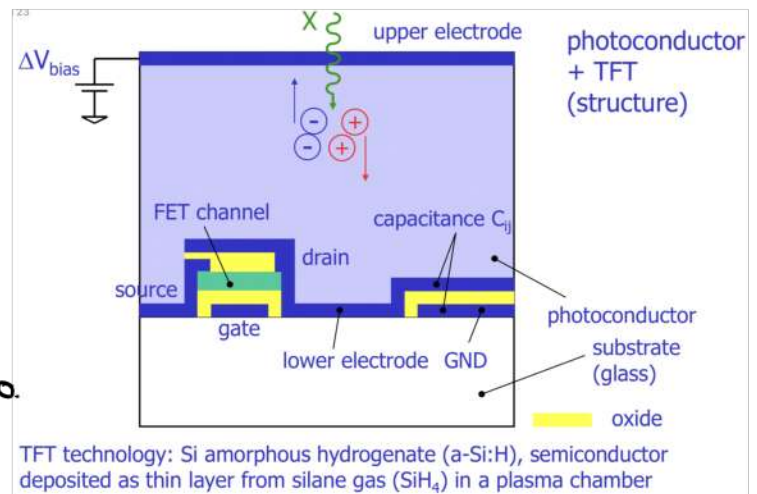
attivati linea per linea.

Adesso analizziamo come la carica è immagazzinata nel pixel. Ci sono 2 strategie, la prima è la direct conversion, la seconda è quella indiretta.

## Direct conversion

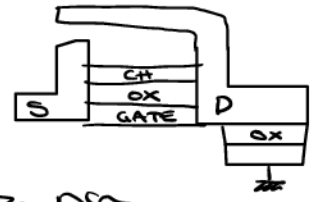


Questo piatto è il piatto superiore del nostro condensatore che serve a la carica.



La tecnologia TFT usa materiali amorfi che significa che i materiali sono messi uno sopra l'altro ma non devono soddisfare uno specifico match cristallino. Sono difficili da usare ma anche noi dobbiamo costruire solo un MOS anche se non è perfetto non è importante.

il nostro MOS è molto basilico ed è fatto così il drain è sia il drain sia il piatto superiore del condensatore.



vediamo che il drain si estende sopra il transistor, questo non serve per il funzionamento del MOS, questo mi serve solo per prendere la carica (+ grande è questo elettrodo + carica meno - prendere).

Questa tecnologia è così versatile che posso far crescere su di lei il photoconductor (che ha un elettrodo sopra perché deve avere una tensione di bias).



Ma cos'è sto protococonductor?

L'unico esempio di detector a conversione diretta è la PN junction in inversa (ci ricordiamo che zincu per gli X-ray è al Unite).

In questo caso infatti usano il protococonductor, è un materiale che una radiazione cambia la conduttività del materiale. (la radiazione cambia la resistenza) ma a noi questo fenomeno non ci interessa.

Per noi i protococonductor sono materiali che i raggi X generano coppie elettrone lacuna. (non è la stessa cosa di una giunzione PN perché qui c'è una zona depletata). I protococonductor per definizione non sono depletati quindi ho ancora molta carica mobile (dato che non ho zona depletata). Questo non è catastrofico perché per assorbire raggi X di 160 KeV non ci serve un sensore molto spesso (alcuni millimetri) e quindi abbiamo buona probabilità che la carica generata dai raggi X arrivi all'elettrodo senza essere ricombinata. (Questo è il motivo per cui non usiamo questa tecnica per i raggi  $\gamma$  che hanno 511 KeV quindi ci servirebbe un materiale troppo spesso e siamo ricombinazione sicuro).